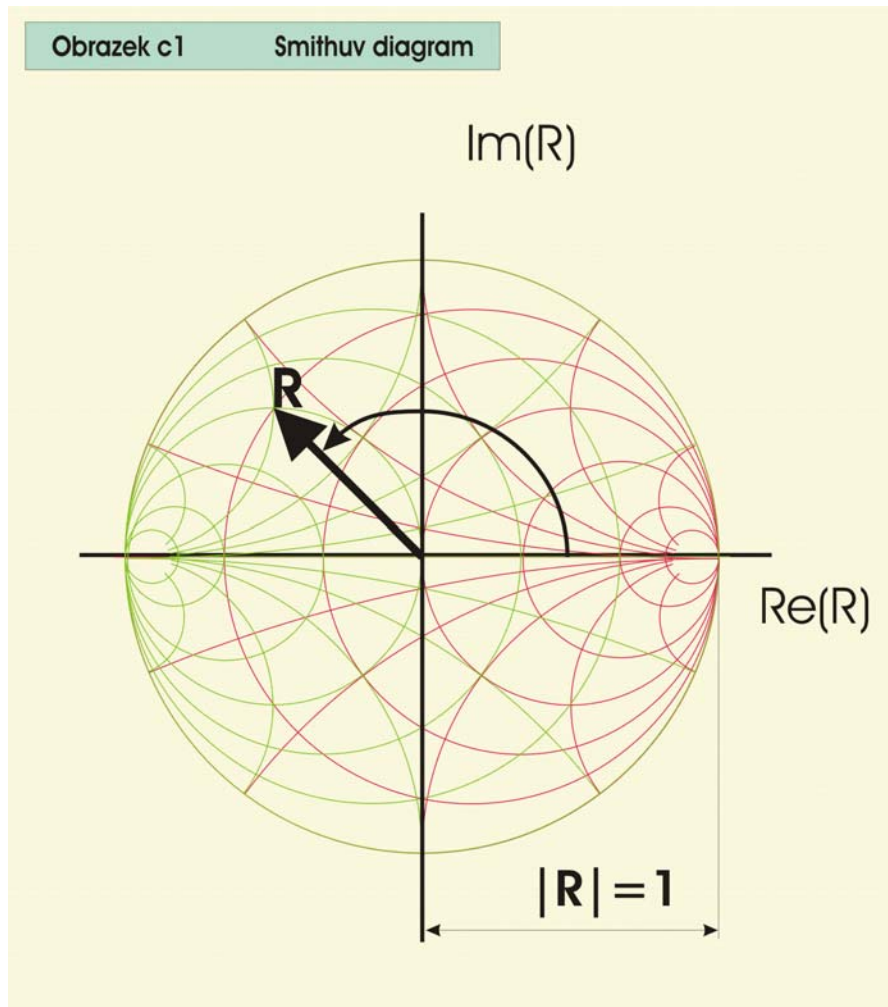


# Smithův diagram s parametrickými impedančními a admitančními parametry

## Základní vlastnosti Smithova diagramu

Smithův diagram graficky znázorňuje v komplexní rovině závislost činitele odrazu na impedanci. Činitel odrazu  $\underline{R}$  je komplexní vektor jdoucí z počátku souřadnic (střed diagramu) do bodu, který odpovídá příslušné impedanci. Impedance je v diagramu vynesena prostřednictvím parametrických čar.



Vodorovná osa směrem vpravo je kladná reálná část činitele odrazu  $\text{Re}(R)$ , svislá osa směrem nahoru je kladná imaginární část činitele odrazu, na vlastním diagramu to není uvedeno.

Činitel odrazu je obecně definován vztahem :

$$\underline{R} = \frac{\underline{Z} - \underline{Z}_0}{\underline{Z} + \underline{Z}_0}$$

ve kterém při použití Smithova diagramu pro popis vedení značí :

$\underline{Z}_0$  charakteristickou impedance vedení. Uvažuje se jako reálné číslo, což přesně platí pro bezeztrátové nebo nezkreslující vedení

$\underline{Z}$  představuje většinou impedanci na konci vedení (impedanci zátěže  $\underline{Z}_k$ ), nebo impedanci na začátku vedení  $\underline{Z}_p$

Smithův diagram je z vnější strany omezen kružnicí o poloměru  $|\underline{R}|=1$ , což je současně maximální hodnota činitele odrazu v pasivních strukturách.

Veličiny ve Smithově diagramu jsou vyneseny v poměrných hodnotách. Délka vedení je vztažena k vlnové délce. Impedance jsou ve Smithově diagramu vztaženy na charakteristickou impedanci vedení  $\underline{Z}_0$ , vztah pro činitel odrazu přejde do tvaru:

$$\underline{R} = \frac{\underline{z} - 1}{\underline{z} + 1}$$

ve kterém je  $\underline{z}$  poměrná impedance definovaná vztahem:

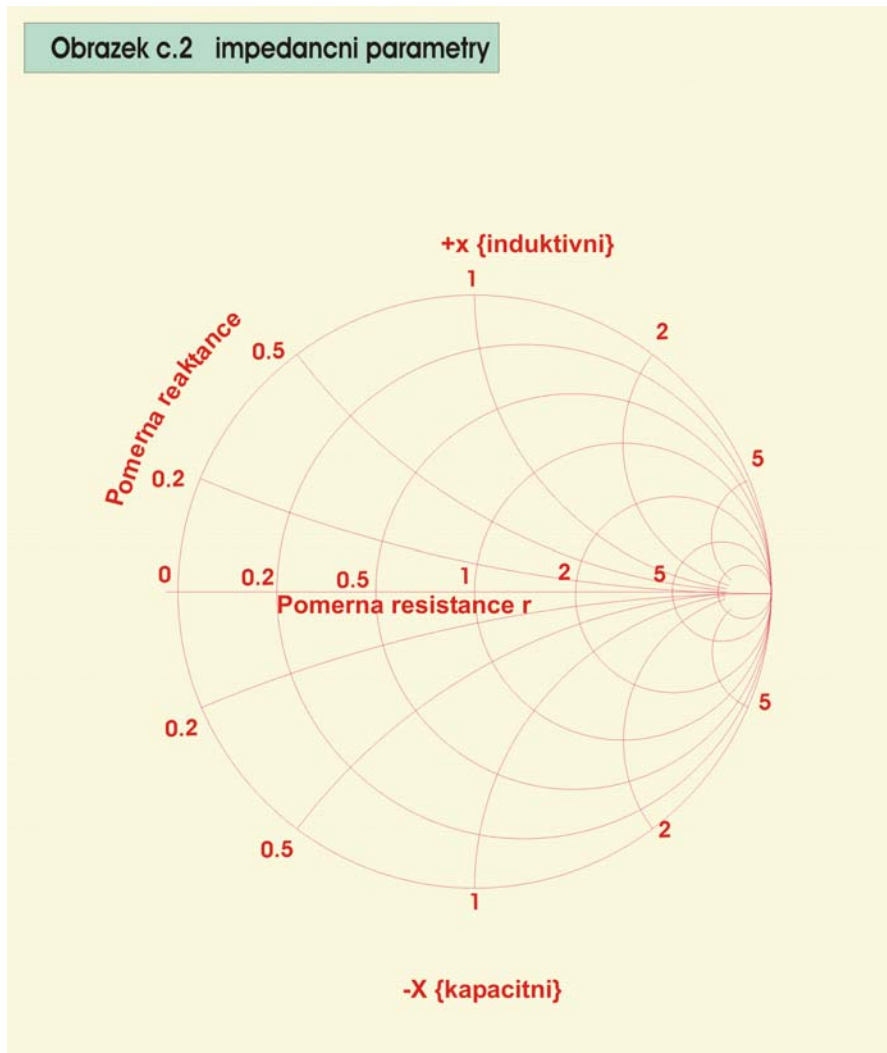
$$\underline{z} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}_0}$$

Poměrná impedance má reálnou složku ( poměrnou rezistanci - činný odpor)  $r$  a imaginární složku  $x$  (poměrnou reaktanci)

$$\underline{z} = r + j \cdot x$$

## Zobrazení poměrné impedance $z(r + jx)$ ve Smithově diagramu

Parametry  $r$  a  $x$ , které udávají velikost poměrné impedance  $z$ , jsou v diagramu vyneseny v podobě parametrických čar (červených kružnic).



Kružnice se středem na vodorovné ose jsou geometrická místa bodů s konstantní hodnotou parametru  $r$ . Velikost tohoto parametru je udána červeným číslem nad vodorovnou osou diagramu. Vnější kružnice se středem v počátku odpovídá hodnotě  $r=0$  a je současně jednotková, odpovídá činiteli odrazu o absolutní hodnotě  $|R|=1$ .

Geometrickým místem bodů konstantního parametru  $x$  jsou části kružnic se středem pod a nad vodorovnou osou v diagramu. Velikost parametru  $x$  je udána červenými čísly po obvodě vnější kružnice. Nad vodorovnou osou se vynášejí **kladné hodnoty parametru  $x$** , pod vodorovnou osou **záporné hodnoty parametru  $x$** .

**Ve Smithově diagramu je každý bod obrazem konkrétní impedance  $Z$  a je definován dvojicí poměrných hodnot  $r$  a  $x$**

**Každé impedanci  $z$  (dvojici hodnot  $r$  a  $x$ ) přísluší jeden činitel odrazu  $R$  podle definičního vztahu.**

**Platí i naopak, že každé hodnotě činitele odrazu, který je zobrazen jako vektor v uvedené komplexní rovině, odpovídá jedna dvojice hodnot  $r$  a  $x$ , tedy jedna hodnota poměrné impedance  $z$ .**

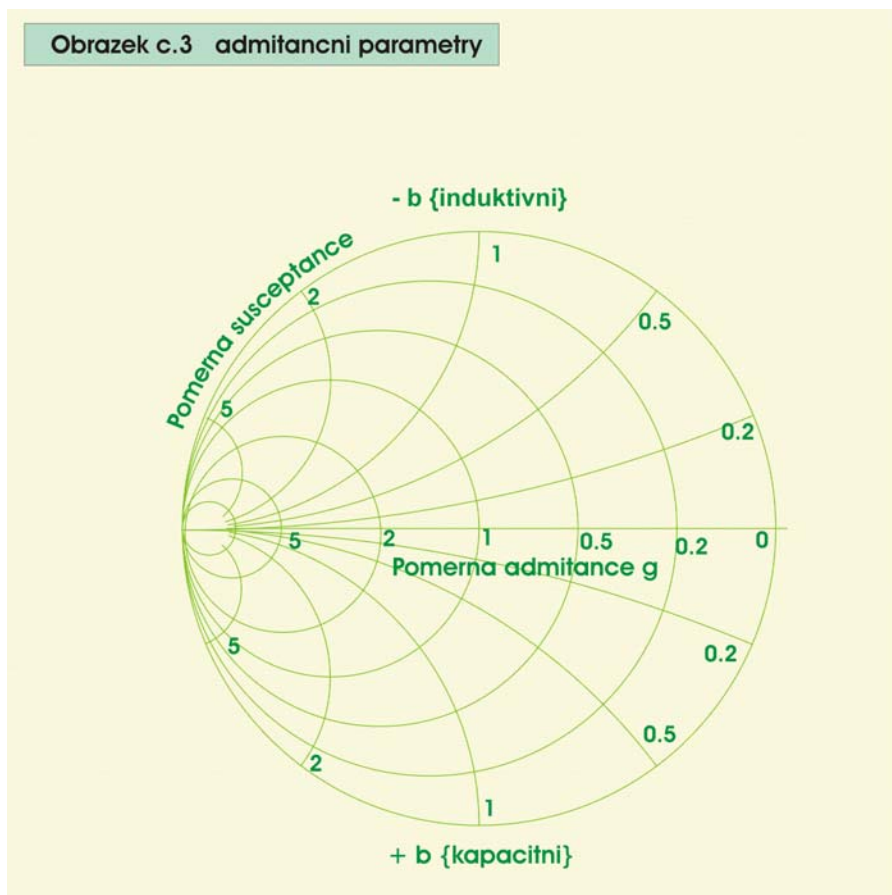
## Admitanční parametry ve Smithově diagramu

Pro úlohy související s přizpůsobením impedance zátěže impedanci vedení je užitečné popsat celý problém také pomocí admitančních parametrů (vodivostí). Postup a vztahy jsou analogické. Nahradíme-li impedanci  $Z$  admitancí  $Y=1/Z$ , vztažnou impedanci vztažnou admitancí  $Y_0=1/Z_0$ , můžeme zavést poměrnou admitanci pomocí vztahu :

$$y = g + j \cdot b$$

kde  $g$  je reálná složka  $y$  a nazývá se poměrná konduktance  
 $b$  je imaginární složka  $y$  a nazývá se poměrná susceptance

Obrazek c.3 admitanční parametry



Mezi hodnotami  $z$  a  $y$  platí vztah :

$$y = \frac{1}{z}$$

Vztah pro činitel odrazu přejde do tvaru :

$$R = \frac{1 - y}{1 + y}$$

Parametry  $g$  a  $b$  jsou v diagramu vyneseny v podobě parametrických čar (zelených kružnic).

Kružnice se středem na vodorovné ose jsou geometrická místa bodů s konstantní hodnotou parametru  $g$ . Velikost tohoto parametru je udána zeleným číslem pod vodorovnou osou diagramu. Vnější kružnice se středem v počátku odpovídá hodnotě  $g=0$  a je současně jednotková, odpovídá činiteli odrazu o absolutní hodnotě  $|R|=1$ .

Geometrická místa bodů konstantního parametru  $b$  jsou části zelených kružnic se středem pod a nad vodorovnou osou v diagramu. Velikost parametru  $b$  je udána zelenými čísly po obvodě vnější kružnice. Nad vodorovnou osou se vynášejí záporné hodnoty parametru  $g$ , pod vodorovnou osou kladné hodnoty parametru  $g$ . (je to opačně než u  $r$  a  $x$ )

Červené a zelené kružnice jsou navzájem obrazově symetrické.

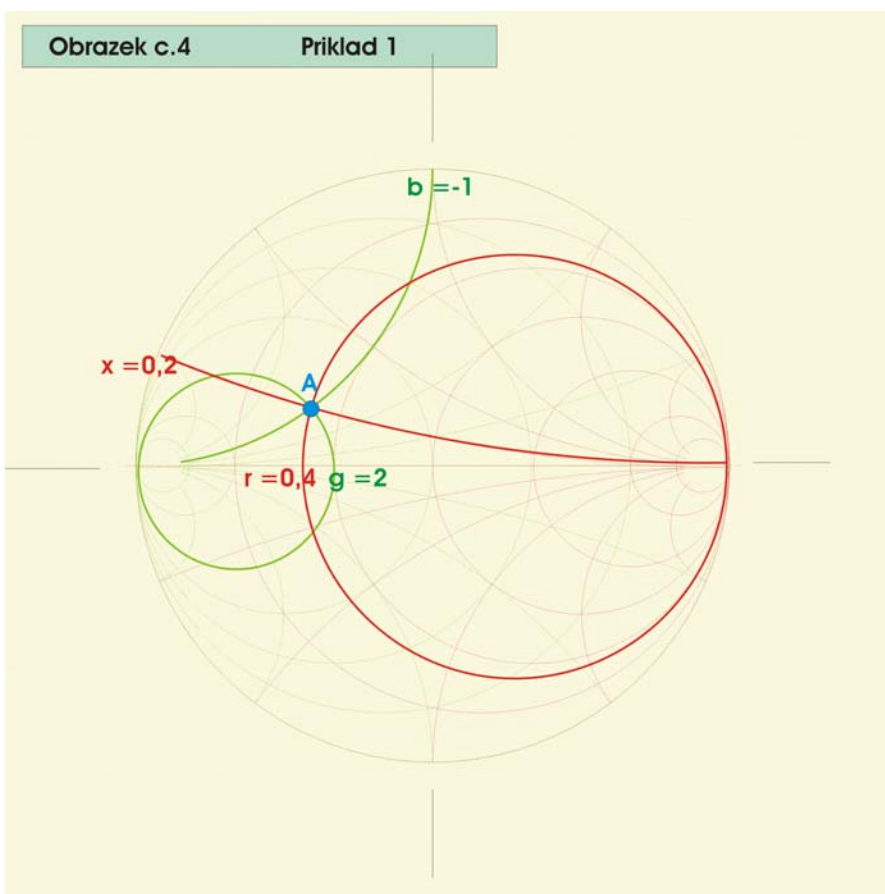
## Příklad 1:

Najděte obraz impedance  $Z=20+j*10$  Ohm( respektive admittance  $Y=1/Z=0.04-1j0.02$  S) ve Smithově diagramu pro charakteristickou impedanci vedení  $Z_0=50$  Ohm ( respektive  $Y_0=1/Z_0=0.02$  S).

Hodnotě  $Z$  odpovídá poměrná impedance  $z$ :

$$z = \frac{Z}{Z_0}$$

$$z = r + j \cdot x = 0.4 + j \cdot 0,2$$



Hodnota parametru  $r$  je tedy  $r=0.4$ , hodnota parametru  $x$  je :  $x=0.2$ . Této dvojici odpovídá bod **A** na obrázku ve Smithově diagramu. Stejněmu bodu musí odpovídat i hodnoty admitančních parametru  $g$  a  $b$ .

Poměrná admittance je :

$$y = \frac{1}{z}$$

$$y = g + j \cdot b = 2 - j$$

Hodnota parametru  $g$  je tedy  $g=2$ , hodnota parametru  $b$  je :  $b = -1$ .

Tyto hodnoty lze skutečně odečíst jako parametry zelených kružnic, které se protínají v bodě **A**. ( Pozor !!!! V horní polorovině je záporná hodnota parametru  $b$ )

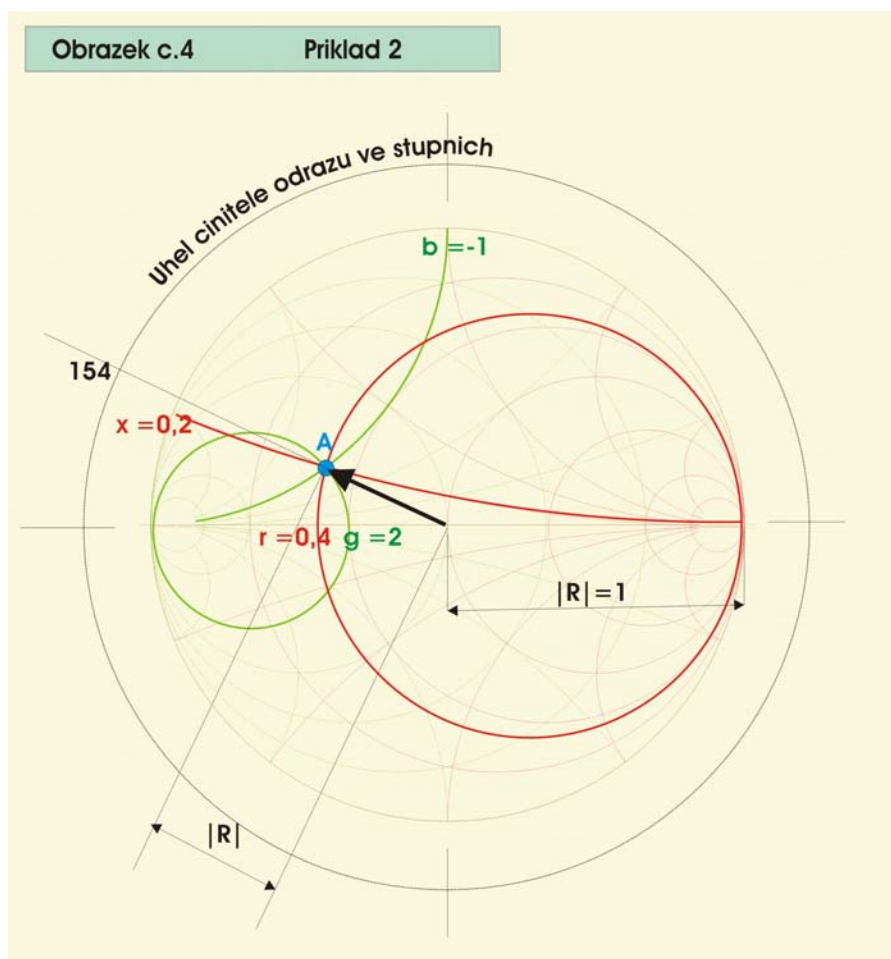
## Příklad 2 :

Najděte obraz činitele odrazu v komplexní rovině pro zadání podle Příkladu 1.

Činitel odrazu je ve Smithově diagramu zobrazen jako komplexní vektor ... spojnice počátku souřadného systému s bodem, který je obrazem určité impedance (admittance), tedy bodem, který je udán dvojicí parametrů  $r$  a  $x$  (dvojicí parametrů  $g$  a  $b$ ).

Absolutní hodnota činitele odrazu je dána délkou úsečky, která zobrazuje komplexní vektor. Její velikost je třeba vztáhnout k délce, která odpovídá jednotkové hodnotě činitele odrazu, což je poloměr vnější kružnice v diagramu... kružnice konstantního parametru  $r=0$ . Pro stanovení úhlu činitele odrazu je určena stupnice na Smithově diagramu, která se nazývá **úhel činitele odrazu ve stupních**.

Obrazem zadané impedance ve Smithově diagramu z **příkladu 1** je bod **A**. **Komplexní vektor činitele odrazu** je vyznačen jako spojnice bodu **0** ( počátku) s bodem **A**. Je-li například délka tohoto vektoru (délka úsečky 0-A) po odečtení z diagramu 37mm a délka poloměru jednotkové kružnice 82 ( vnější kružnice Smithova diagramu, která odpovídá jednotkové absolutní hodnotě činitele odrazu), potom je absolutní hodnota činitele odrazu  $37/82=0.45$ . Úhel činitele odrazu lze odečíst na stupnici **úhel činitele odrazu ve stupních**, což je v našem případě asi **154 o** .



Pro kontrolu lze uvedené hodnoty snadno vypočítat :

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_0}{\mathbf{Z} + \mathbf{Z}_0} = -0.4 + j \cdot 0.2$$

absolutní hodnota činitele odrazu :

$$|\mathbf{R}| = 0.447$$

úhel činitele odrazu ve stupních je :

$$\arg(\mathbf{R}) = 153.4$$

### Příklad 3

Stanovte činitele PSV (Poměr stojatých vln) pomocí Smithova diagramu pro zadání podle Příkladu 1.

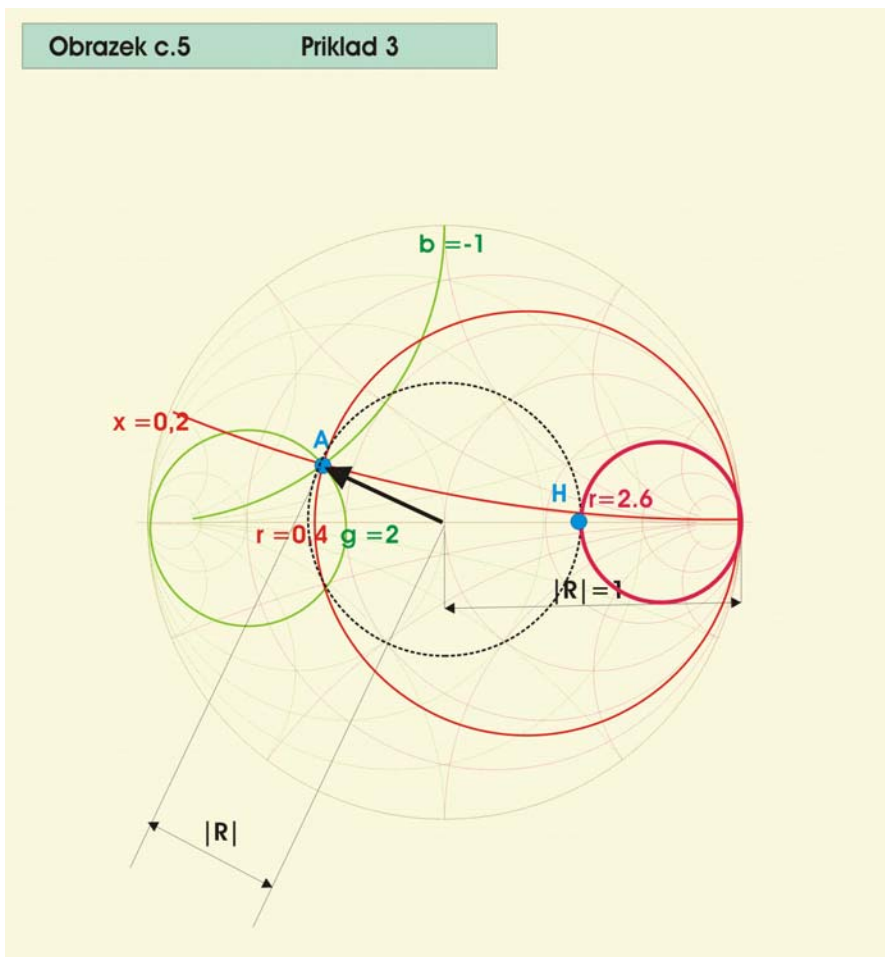
Vedeme-li kolem bodu **0** (počátek souřadnic) kružnici, která prochází bodem **A** (obrazem zadané impedance), potom tato kružnice protíná vodorovnou osu v bodě **H**. Bod **H** leží na kružnici konstantního parametru  $r$  o velikosti přibližně  $r=2.6$ . Tato hodnota je číselně rovna hodnotě koeficientu, který se nazývá **poměr stojatých vln**.

Pro kontrolu lze tento činitel snadno vypočítat podle vztahu :

$$\rho = \frac{1 + |R|}{1 - |R|}$$

$$\rho = 2.618$$

$R$  je činitel odrazu z předchozího příkladu,  $|R|=0.447$ .





## Příklad 4 – Určení impedance a činitele odrazu na vstupu zatíženého vedení pomocí Smithova diagramu

Pomocí Smithova diagramu stanovte činitel odrazu a impedanci na začátku vedení. Impedance zátěže je  $Z_k=20+j10$  Ohm, charakteristická impedance vedení je  $Z_0=50$  Ohm, délka vedení je postupně a)  $\lambda/8$ , b)  $\lambda/4$ , c)  $\lambda/2$ , kde  $\lambda$  je vlnová délka na vedení.

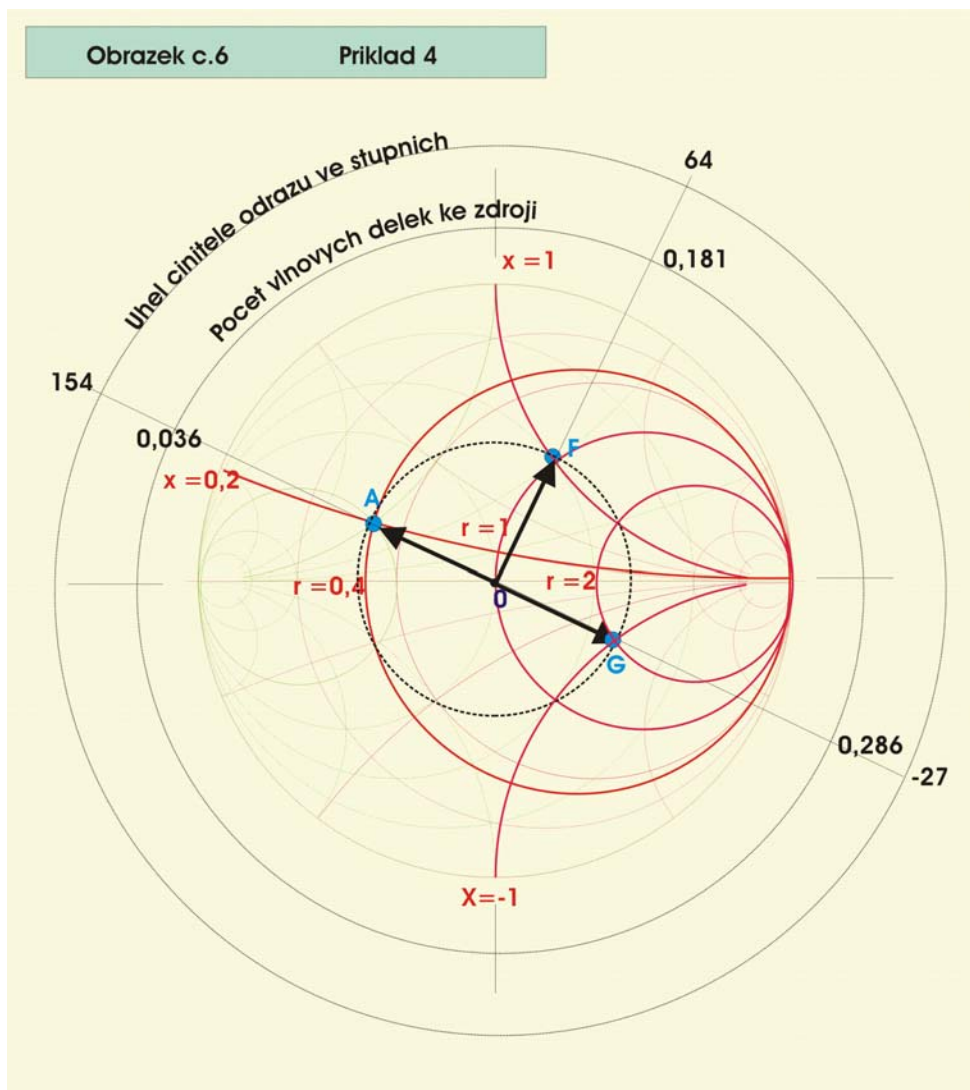
**Krok 1** Impedanci zátěže je třeba vyjádřit v poměrných hodnotách ve vztahu k charakteristické impedanci vedení

$$z_k := \frac{Z_k}{Z_0}$$

$$Z_k = 20 + j10$$

$$Z_0 = 50$$

$$z_k = 0.4 + j0.2$$



Hodnota parametru  $r$  je  $r=0.4$ , hodnota parametru  $x$  je  $0.2$

### Krok 2

Obrazem zátěže je bod **A** na obrázku, protože leží na průsečíku červených kružnic:

$$r_k := \text{Re}(z_k)$$

$$r_k = 0.4$$

$$x_k := \text{Im}(z_k)$$

$$x_k = 0.2$$

Spojením bodu **A** s počátkem souřadnic (bod 0 na obrázku, což je bod odpovídající činiteli odrazu  $R=0$ , respektive hodnotám  $r=1, x=0$ ) dostaneme fázor činitele odrazu na konci vedení **R<sub>k</sub>**

### Krok 3

Prodloužením fázoru na osu **úhel koeficientu odrazu ve stupních** je možno odečíst úhel činitele odrazu na konci vedení

vedení – přibližně 154o. Na stupnici .... **počet vlnových délek ke zdroji** lze určit relativní polohu koncového bodu vedení ..... 0.036 na této stupnici (viz obrázek)

Absolutní hodnotu činitele odrazu lze určit jako délku úsečky, odpovídající tomuto činiteli, vztaženou na déku odpovídající jednotkovému činiteli odrazu ( poloměr vnější kružnice)

Je li například  $R=37\text{mm}$  a jednotkový činitel odrazu má délku  $82\text{ mm}$ , potom je absolutní hodnota činitele odrazu  $37/82\text{mm}= 0.45$

#### Krok 4

a) pro vedení délky  $1/8$  lambda se na stupnici **počet vlnových délek ke zdroji** posunu ve směru šipky, od zdroje k zátěži ( v záporném směru, ve směru hodinových ručiček) do bodu

$$0.036 + 1/8 = \mathbf{0.161}$$

b) pro vedení délky  $1/4$  lambda se na stupnici **počet vlnových délek ke zdroji** posunu ve směru šipky, od zdroje k zátěži ( v záporném směru, ve směru hodinových ručiček) do bodu

$$0.036 + 1/4 = \mathbf{0.286}$$

c) pro vedení délky  $1/2$  lambda se na stupnici **počet vlnových délek ke zdroji** posunu ve směru šipky, od zdroje k zátěži ( v záporném směru, ve směru hodinových ručiček) do bodu

$0.036 + 1/2 = 0.536$  ..... to je **0.036**, protože stupnice **počet vlnových délek ke zdroji** je cejchována od 0 do 0.5 s ohledem na periodicitu činitele odrazu a impedancí na vedení

#### Krok 5

Činitel odrazu na začátku vedení dostaneme, když činitel odrazu na konci natočíme po **kružnici konstantního činitele odrazu**. Tato kružnice má střed v počátku a poloměr o velikosti absolutní hodnoty činitele odrazu na konci. Činitel odrazu podél vedení má totiž konstantní absolutní hodnotu a my známe jeho velikost na konci vedení z impedance zátěže. Obrazy začátků různě dlouhých vedení dostaneme jako průsečíky přímk vedených z počátku do příslušných bodů na stupnici **počet vlnových délek ke zdroji** s kružnicí konstantního činitele odrazu.

a) pro vedení délky  $1/8$  lambda je to bod **F** na obrázku, pro tento bod lze stanovit úhel činitele odrazu na stupnici **úhel koeficientu odrazu ve stupních** asi  $64^\circ$  a odečíst z příslušných hodnot parametru  $r, x$  v bodě **F** odpovídající impedanci  $Z_p$  na začátku vedení

$$z_p := 1 + j \cdot 1$$

$$Z_p := Z_0 \cdot z_p$$

$$Z_p = 50 + 50i$$

b) pro vedení délky  $1/4$  lambda bod **G** na obrázku, pro tento bod lze stanovit úhel činitele odrazu na stupnici **úhel koeficientu odrazu ve stupních** asi  $-27^\circ$  a odečíst z příslušných hodnot parametru  $r, x$  v bodě **F** odpovídající impedanci  $Z_p$  na začátku vedení

$$z_p := 2 - j \cdot 1$$

$$Z_p := Z_0 \cdot z_p$$

$$Z_p = 100 - 50i$$

c) pro vedení délky  $1/2$  lambda zpět do bodu **A** na obrázku, pro tento bod lze stanovit úhel činitele odrazu na stupnici **úhel koeficientu odrazu ve stupních** asi  $154^\circ$  a odečíst z příslušných hodnot parametru  $r, x$  v bodě **A** odpovídající impedanci  $Z_p$  na začátku vedení, která je právě stejně velká jako impedance na konci vedení, což vyplývá z vlastností vedení.



## Příklad 5 - Výpočet impedance a činitele odrazu na vstupu zatíženého vedení

Stanovte výpočtem činitel odrazu a impedanci na začátku vedení. Impedance zátěže je  $Z_k=20+j10$  Ohm, charakteristická impedance vedení  $Z_0=50$ Ohm, délka vedení je postupně a)  $\lambda/8$ , b)  $\lambda/4$ , c)  $\lambda/2$ , kde  $\lambda$  je vlnová délka na vedení.

(zadání je stejné jako v Příkladu 4, kde se určovaly parametry pomocí Smithova diagramu)

Impedance zátěže [Ohm]

$$Z_k = 20 + j \cdot 10$$

charakteristická impedance vedení [Ohm]

$$Z_0 = 50$$

činitel odrazu na konci vedení

$$R_k = \frac{Z_k - Z_0}{Z_k + Z_0}$$

absolutní hodnota činitele odrazu na konci vedení je:

$$|R_k| = 0.447$$

úhel činitele odrazu na konci vedení je [rad]:

$$\phi_{Rk} = \arg(R_k) = 2.678$$

úhel činitele odrazu na konci vedení ve stupních:

$$\phi_{Rk} \cdot \frac{180}{\pi} = 153.4$$

zavedeme-li proměnnou veličinu **poměr** jako podíl délky vedení k vlnové délce,

$$\text{pomer} = \frac{l}{\lambda}$$

potom pro :

**vedení o délce 1/8 lambda platí :**

$$\text{pomer} = \frac{1}{8}$$

činitel odrazu na začátku vedení je :

$$R_p = R(z=0) = \frac{Z_p - Z_0}{Z_p + Z_0} = |R_k| \cdot e^{j\phi_{Rk}} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \text{pomer}}$$

absolutní hodnota činitele odrazu na začátku vedení je:

$$|R_p| = 0.447$$

úhel činitele odrazu na začátku vedení je [rad]:

$$\arg(R_p) = 1.107$$

úhel činitele odrazu ve stupních je:

$$\arg(R_p) \cdot \frac{180}{\pi} = 63.435$$

činitel odrazu se tedy natočil o úhel:

$$2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \text{pomer} = 1.571$$

( o 90 stupňů )

na hodnotu

$$\phi_k - 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \text{pomer} = 1.107$$

( 153,4 – 90 = 63.4 stupně )

impedance na začátku vedení je potom [Ohm]

$$Z_p = Z_0 \cdot \frac{1 + R_p}{1 - R_p}$$

$$Z_p = 50 + j \cdot 50$$

Pro impedance na začátku vedení platí alternativní vztah [Ohm]:

$$Z_p = \frac{Z_k + j \cdot Z_0 \cdot \tan(2 \cdot \pi \cdot \text{pomer})}{Z_0 + j \cdot Z_k \cdot \tan(2 \cdot \pi \cdot \text{pomer})}$$

výsledkem je stejná hodnota:

$$Z_p = 50 + j \cdot 50$$

**pro vedení délky 1/4 lambda platí :**

$$\text{pomer} := \frac{1}{4}$$

činitel odrazu na začátku vedení je:

$$R_p = R(z=0) = \frac{Z_p - Z_0}{Z_p + Z_0} = |R_k| \cdot e^{j \cdot \phi_{Rk}} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \text{pomer}}$$

absolutní hodnota činitele odrazu na začátku vedení je:

$$|R_p| = 0.447$$

úhel činitele odrazu na začátku vedení je (rad):

$$\arg(R_p) = -0.464$$

úhel činitele odrazu na začátku vedení ve stupních je:

$$\arg(R_p) \cdot \frac{180}{\pi} = -26.565$$

úhel činitele odrazu na konci vedení se tedy natočí o

$$2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \text{pomer} = 3.142$$

( o 180 stupňů )

na hodnotu

$$\phi_k - 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \text{pomer} = -0.464$$

( 153,4 – 180 = -26,6 stupňů )

impedance na začátku vedení je potom:

$$Z_p = Z_0 \cdot \frac{1 + R_p}{1 - R_p}$$
$$Z_p = 100 - 50i$$

Pro impedanci na začátku vedení platí alternativní vztah:

$$Z_p = \frac{Z_k + j \cdot Z_0 \cdot \tan(2 \cdot \pi \cdot \text{pomer})}{Z_0 + j \cdot Z_k \cdot \tan(2 \cdot \pi \cdot \text{pomer})}$$

výsledkem je stejná hodnota :

$$Z_p = 100 - 50i$$

**pro vedení délky 1/2 lambda platí :**

$$\text{pomer} := \frac{1}{2}$$

$$R_p = R(z=0) = \frac{Z_p - Z_0}{Z_p + Z_0} = |R_k| \cdot e^{j \cdot \phi_{Rk}} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \text{pomer}}$$

absolutní hodnota činitele odrazu je:

$$|R_p| = 0.447$$

úhel činitele odrazu na začátku vedení (rad) je:

$$\arg(R_p) = 2.678$$

úhel činitele odrazu na začátku vedení ve stupních je:

$$\arg(R_p) \cdot \frac{180}{\pi} = 153.435$$

úhel činitele odrazu na konci vedení :

$$\phi_k = 2.678$$

se tedy natočí o úhel rovný právě  $2 \cdot \pi$ ,  
( o 360 stupňů)

tedy na stejný úhel, jako má  $\phi_k$

impedance na začátku vedení [Ohm] je:

$$Z_p = Z_0 \cdot \frac{1 + R_p}{1 - R_p}$$

$$Z_p = 20 + 10i$$

Pro impedanci na začátku vedení platí alternativní vztah :

$$Z_p = \frac{Z_k + j \cdot Z_0 \cdot \tan(2 \cdot \pi \cdot \text{pomer})}{Z_0 + j \cdot Z_k \cdot \tan(2 \cdot \pi \cdot \text{pomer})}$$

výsledkem je stejná hodnota :

$$Z_p = 20 + 10i$$

Pro vedení  $\lambda/2$  je hodnota impedance na vstupu vedení stejná, jako impedance zátěže.

## Příklad 6

Ve Smithově diagramu zobrazte impedanci zátěže o velikosti  $Z_k=20 + j10\Omega$ , ke které je připojena

- do série indukční reaktance o velikosti  $X_L=30\Omega$
- do série kapacitní reaktance o velikosti  $X_C=45\Omega$
- paralelně induktivní reaktance  $X_L=16.7\Omega$
- paralelně kapacitní reaktance o hodnotě  $X_C=\Omega$

Charakteristická impedace vedení je  $Z_0=50\Omega$

### a) Připojení sériové indukčnosti k zátěži

Máme-li impedanci zátěže, která je na Smithově diagramu zobrazena v bodě A

$$Z_{kA} = 20 + j10\Omega$$

poměrná hodnota je :

$$z_{kA} = \frac{Z_{kA}}{Z_0} = 0.4 + j0.2$$

a připojíme-li do série s ní indukčnost o indukční reaktanci  $X_L$  platí

$$jX_L = j\omega \cdot L = j30\Omega$$

obdržíme výslednou impedanci zátěže, která je ve Smithově diagramu znázorněna v bodě B

$$Z_{kB} = Z_{kA} + jX_L$$

$$Z_{kB} = 20 + j40\Omega$$

poměrná hodnota

$$z_{kB} = \frac{Z_{kB}}{Z_0} = 0.4 + j0.8$$

Ve Smithově diagramu to znamená, že přejdu z bodu A, který má hodnoty parametrů  $r$  a  $x$

$$z_{kA} = 0.4 + j0.2$$

$$r_{kA} = 0.4$$

$$x_{kA} = 0.2$$

do bodu B, který má hodnoty  $r, x$

$$z_{kB} = 0.4 + j0.8$$

$$r_{kB} = 0.4$$

$$x_{kB} = 0.8$$

Změnila se pouze hodnota poměrné reaktance  $x$  z 0.2 na 0.8, hodnota poměrné rezistance  $r$  zůstala konstantní ( $r=0.4$ ). V diagramu se tedy pohybují po kružnici konstantního

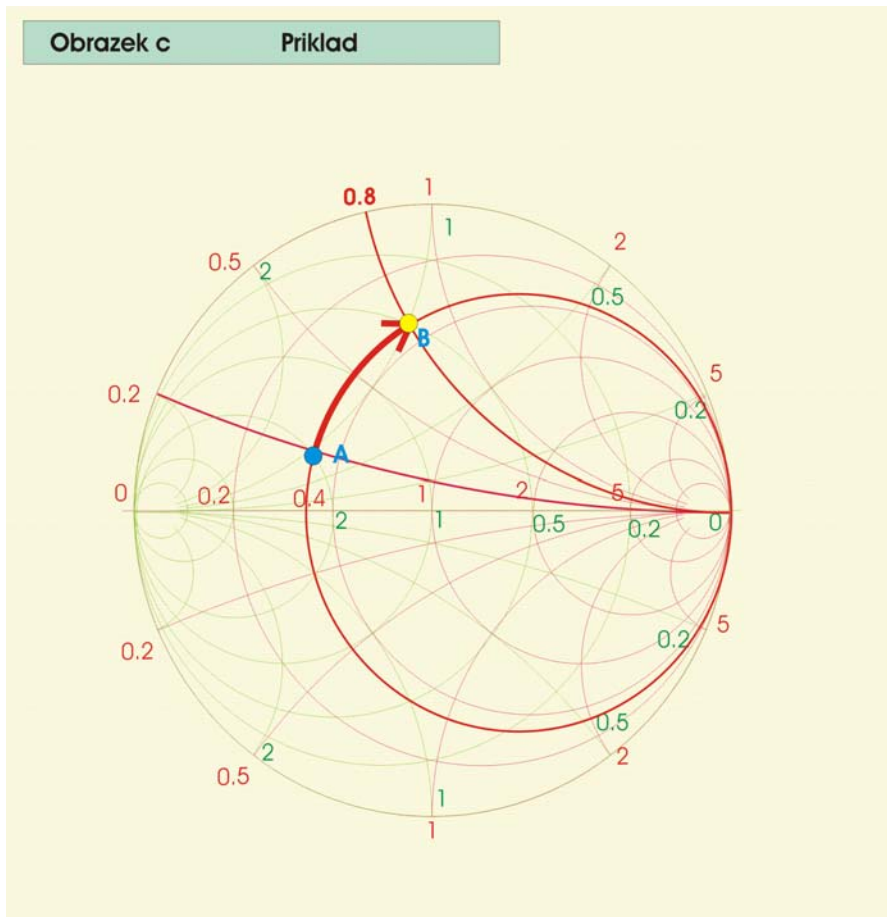
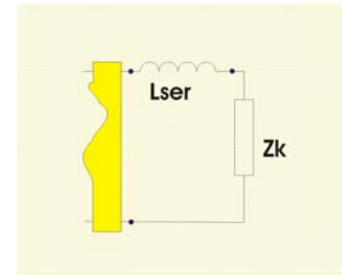
parametru  $r=r_{kA}=r_{kB}=0.4$  ... červená kružnice... ve směru stoupajícího parametru  $x$  (směr hodinových ručiček) ...neměním činný odpor, přidávám pouze reaktanci. Hodnota parametru  $x$  se změní přičtením poměrné reaktance indukčnosti.

$$x_L = \frac{X_L}{Z_0} = \frac{30}{50} = 0.6$$

$$x_{kB} = x_{kA} + x_L = 0.2 + 0.6 = 0.8$$

činná část zůstala nezměněná

$$r_{kA} = r_{kB} = 0.4$$



parametru  $r=r_{kA}=r_{kB}=0.4$  ... červená kružnice... ve směru stoupajícího parametru  $x$  (směr hodinových ručiček) ...neměním činný odpor, přidávám pouze reaktanci. Hodnota parametru  $x$  se změní přičtením poměrné reaktance indukčnosti.

$$x_L = \frac{X_L}{Z_0} = \frac{30}{50} = 0.6$$

$$x_{kB} = x_{kA} + x_L = 0.2 + 0.6 = 0.8$$

činná část zůstala nezměněná

$$r_{kA} = r_{kB} = 0.4$$

## b) Připojení sériové kapacity k zátěži

Máme-li impedanci zátěže, která je na Smithově diagramu zobrazena v bodě A [Ohm]

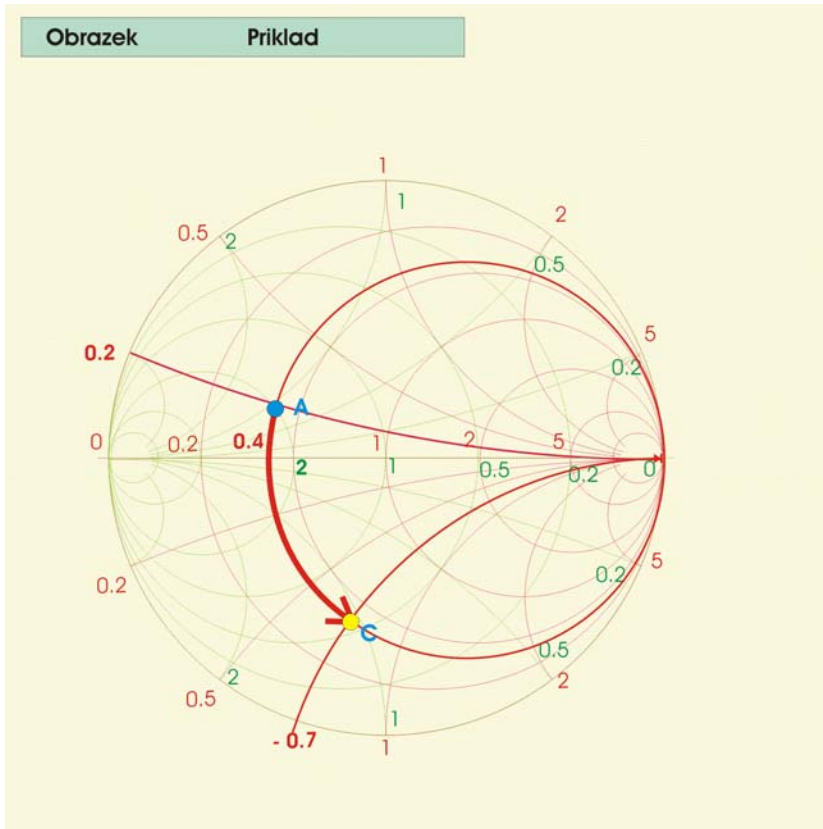
$$Z_{kA} = 20 + j \cdot 10 \Omega$$

$$z_{kA} = \frac{Z_{kA}}{Z_0} = 0.4 + j \cdot 0.2$$

a připojíme-li do série s ní kapacitu o kapacitní reaktanci  $X_c$ , pro kterou platí

$$-jX_c = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = -j \cdot 45 \Omega$$

obdržíme výslednou impedanci zátěže, která je ve Smithově diagramu zobrazena v bodě C



$$Z_{kC} = Z_{kA} - j \cdot X_c$$

$$Z_{kC} = 20 - j \cdot 35 \Omega$$

poměrné hodnoty jsou:

$$z_{kC} = \frac{Z_{kC}}{Z_0} = 0.4 - j \cdot 0.7$$

Ve Smithově diagramu to znamená, že přejdu z bodu A, který má hodnoty parametrů  $r$  a  $x$

$$z_{kA} = 0.4 + j \cdot 0.2$$

$$r_{kA} = 0.4$$

$$x_{kA} = 0.2$$

do bodu C, který má hodnoty  $r, x$

$$z_{kC} = 0.4 - j \cdot 0.7$$

$$r_{kC} = 0.4$$

$$x_{kC} = -0.7$$

**Změnila se pouze hodnota**

**poměrné reaktance  $x$  z 0.2 na -0.7, hodnota poměrné rezistance  $r$  zůstala konstantní ( $r=0.4$ ). Pohybují se po kružnici konstantního parametru  $r=r_{kA}=r_{kC}=0.4$  ... červená kružnice... ve směru klesajícího parametru  $x$  (proti směru hodinových ručiček) ... neměním činný odpor, přidávám jen reaktanci. Hodnota parametru  $x$  se změní odečtením poměrné reaktance kapacity**

$$x_c = \frac{X_c}{Z_0} = \frac{45}{50} = 0.9$$

$$x_{kC} = x_{kA} - x_c = 0.2 - 0.9 = -0.7$$

činná část zůstala nezměněná

$$r_{kA} = r_{kC} = 0.4$$



### c) Připojení paralelní indukčnosti k zátěži

Máme-li impedanci zátěže, která je na Smithově diagramu zobrazena v bodě A

$$Z_{kA} = 20 + j \cdot 10 \Omega$$

hodnoty poměrné impedance a admitance jsou :

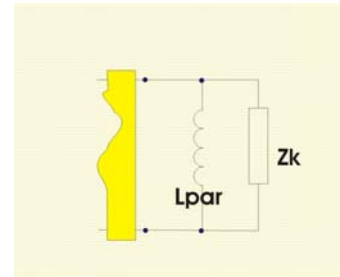
$$z_{kA} = \frac{Z_{kA}}{Z_0} = 0.4 + j \cdot 0.2$$

$$y_{kA} = \frac{1}{z_{kA}} = 2 - j$$

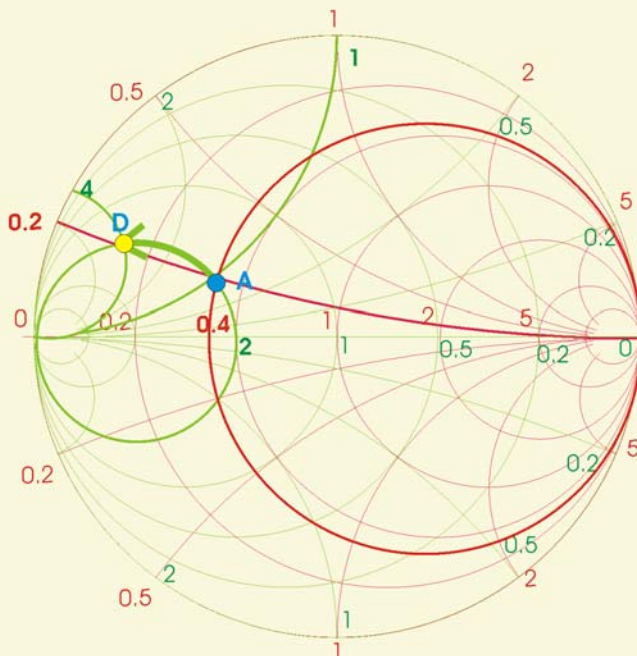
a připojíme-li paralelně indukčnost o indukční reaktanci  $X_L$ , pro kterou platí

$$j \cdot X_L = j \cdot \omega \cdot L = j \cdot 16.67 \Omega$$

obdržíme výslednou impedanci zátěže, která je ve Smithově diagramu zobrazena v bodě D



Obrazek c Příklad



$$Z_{kD} = \frac{Z_{kA} \cdot j \cdot X_L}{Z_{kA} + j \cdot X_L}$$

$$Z_{kD} = 5 + j \cdot 10 \Omega$$

poměrné hodnoty

$$z_{kD} := \frac{Z_{kD}}{Z_0}$$

$$z_{kD} = 0.1 + j \cdot 0.2$$

$$y_{kD} := \frac{1}{z_{kD}}$$

$$y_{kD} = 2 - j \cdot 4$$

Ve Smithově diagramu to znamená, že přejdu z bodu A, který má hodnoty parametrů **g a b**

$$y_{kA} = 2 - j$$

$$g_{kA} = 2$$

$$b_{kA} = -1$$

do bodu D, který má hodnoty **g a b**

$$y_{kD} = 2 - j \cdot 4$$

$$g_{kD} = 2$$

$$b_{kD} = -4$$

Změnila se pouze hodnota poměrné susceptance  $b$  z  $-1$  na  $-4$ , hodnota poměrné konduktance  $g$  zůstala konstantní ( $g=2$ ).

Pohybují se po kružnici konstantního parametru  $g=g_{kA}=g_{kD}=2$  ... zelená kružnice ... ve směru stoupajícího záporného parametru  $g$  (proti směru hodinových ručiček) ... neměním činnou složku vodivosti - konduktanci, přidávám jen induktivní susceptanci. Hodnota parametru  $g$  se změní přičtením poměrné induktivní susceptance

$$b_L = \frac{1}{x_L} = \frac{1}{0.333} = 3$$

$$x_L = \frac{X_L}{Z_0} = \frac{16.67}{50} = 0.333$$

$$b_{kD} = b_{kA} - b_L = -1 - 3 = -4$$

$$g_{kD} = g_{kA}$$

## d) Připojení paralelní kapacity k zátěži

Máme vedení s charakteristickou impedancí  $Z_0=50 \text{ Ohm}$

Máme-li impedanci zátěže, která je na Smithově diagramu zobrazena v bodě A

$$Z_{kA} = 20 + j \cdot 10 \Omega$$

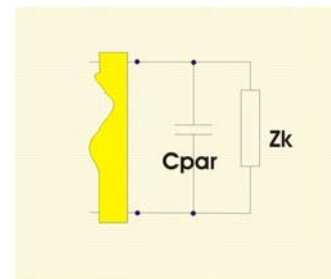
$$z_{kA} = \frac{Z_{kA}}{Z_0} = 0.4 + j \cdot 0.2$$

$$y_{kA} = \frac{1}{z_{kA}} = 2 - j$$

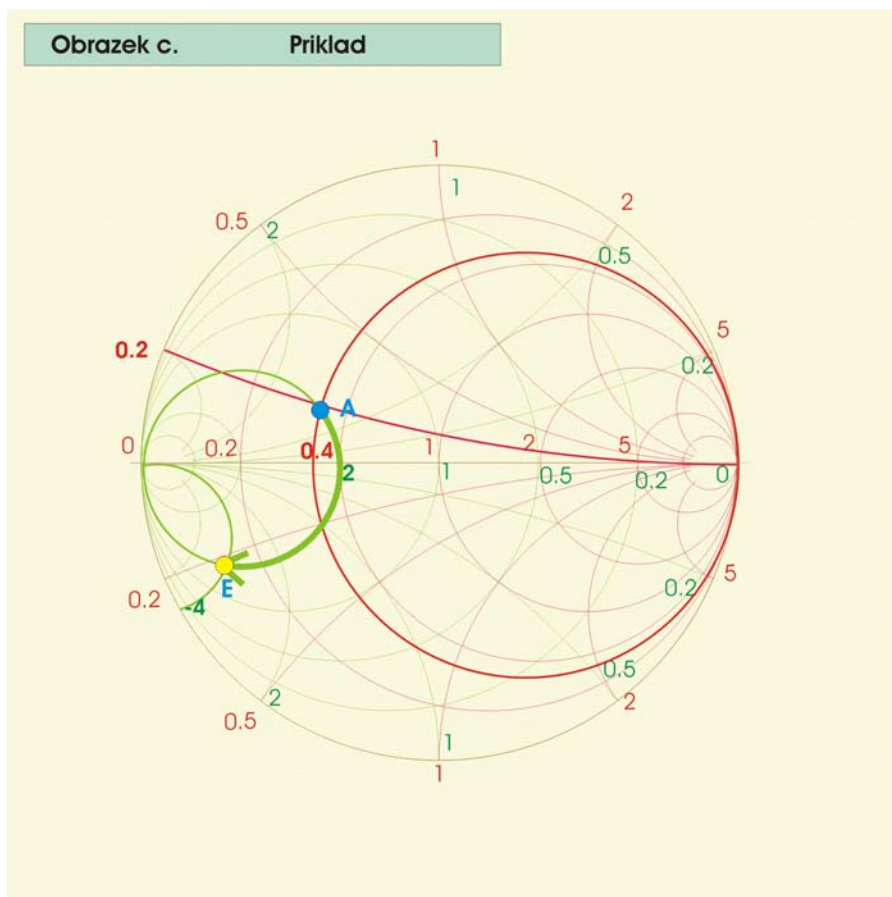
a připojíme-li paralelně s ní kapacitu o kapacitní reaktanci  $X_c$ , platí

$$-j \cdot X_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = -j \cdot 10 \Omega$$

obdržíme výslednou impedanci zátěže, která je ve Smithově diagramu znázorněna v bodě D



Obrazek c. Příklad



$$Z_{kE} = \frac{Z_{kA} \cdot (-j \cdot X_c)}{Z_{kA} + (-j \cdot X_c)}$$

$$Z_{kE} = 5 - j \cdot 10 \Omega$$

$$z_{kE} := \frac{Z_{kE}}{Z_0}$$

$$z_{kE} = 0.1 - j \cdot 0.2$$

$$y_{kE} := \frac{1}{z_{kE}}$$

$$y_{kE} = 2 + j \cdot 4$$

Ve Smithově diagramu to znamená, že jdeme z bodu A, který má hodnoty parametrů  $g$  a  $b$

$$y_{kA} = \frac{1}{z_{kA}} = 2 - j$$

$$g_{kA} = 2$$

$$b_{kA} = -1$$

do bodu E, který má hodnoty  $g$  a  $b$

$$y_{kE} = 2 + j \cdot 4$$

$$g_{kE} = 2$$

$$b_{kE} = 4$$

Změnila se pouze hodnota poměrné susceptance  $b$  z hodnoty  $-1$  na  $4$ , hodnota poměrné konduktance  $g$  zůstala konstantní ( $g=2$ ). Pohybujeme se po kružnici konstantního parametru  $g=g_{kA}=g_{kE}=2$  ... zelená kružnice ... ve směru stoupajícího kladného parametru  $b$  (po směru hodinových ručiček), protože neměníme činnou složku vodivosti - konduktanci, přidáváme jen kapacitní susceptanci. Hodnota parametru  $b$  se změní přičtením poměrné kapacitní susceptance

$$b_c = \frac{1}{x_c} = 5$$

$$x_c = \frac{X_c}{Z_0} = \frac{10}{50} = 0.2$$

$$b_{kE} = b_{kA} + b_c = -1 + 5 = 4$$

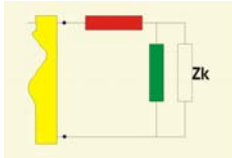
$$g_{kE} = g_{kA}$$

## Přizpůsobení zátěže pasivními prvky pomocí Smithova diagramu

Přizpůsobení impedance zátěže  $Z$  charakteristické impedanci vedení  $Z_0$  spočívá v doplnění obecné impedance zátěže o dva další reaktivní prvky, kterými jsou indukčnosti nebo kapacity. Tyto prvky jsou připojeny v serioparalelní kombinaci tak, aby výsledná celková impedance zátěže byla rovna charakteristické impedanci vedení  $Z_0$ . Ve speciálním případě stačí připojit pouze jeden prvek. Vedení s přizpůsobenou zátěží se chová jako bezodrazové ( $R=0$ ), impedance na vstupu vedení je rovna charakteristické impedanci vedení a nezávisí na délce vedení.

S ohledem na praktickou realizaci přizpůsobení zátěže pomocí pasivních prvků jsou dvě možnosti :

a) jeden reaktivní prvek připojit paralelně k zátěži a druhý do série s touto paralelní kombinací



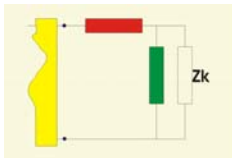
b) jeden reaktivní prvek připojit do série se zátěží a druhý paralelně s touto sériovou kombinací.



S ohledem na polohu obrazu zátěže ve Smithově diagramu nemusí vždy existovat řešení podle obou variant současně.

### Varianta a)

Jeden reaktivní prvek je připojen paralelně k zátěži a druhý do série s touto paralelní kombinací.



Výsledná impedance přizpůsobené zátěže musí být rovna charakteristické impedanci vedení  $Z_0$ . Poměrná impedance bude mít tedy hodnotu 1 a padne do středu Smithova diagramu ( $r=1$ ). V tomto bodě je nulový činitel odrazu  $R=0$ .

Ve Smithově diagramu se pohybujeme z bodu, který je obrazem zátěže, po zelené kružnici konstantní konduktance (kružnice se středem na vodorovné ose,  $g=\text{konst}$  ....činná část vodivosti) až na průsečík s červenou kružnicí konstantního poměrného činného odporu ( $r=1$ ). Tento krok odpovídá paralelnímu připojení reaktivního prvku. Po červené kružnici ( $r=1$ ) se v dalším kroku dostaneme do bodu  $R=0$ . Tento krok odpovídá sériovému připojení reaktivního prvku.

Podle smyslu, ve kterém se pohybujeme po zelené a červené kružnici, je určeno, zda se jedná o připojení kapacity, nebo indukčnost. Změna parametru  $b$  (při pohybu po zelené kružnici) odpovídá poměrné susceptanci paralelně připojeného prvku, změna parametru  $x$  při pohybu po červené kružnici odpovídá poměrné reaktanci do série připojeného prvku.

**!!!! Řešení podle zapojení a) není s ohledem na polohu obrazu zátěže ve Smithově diagramu vždy možné, potom lze řešit podle bodu b)**

**!!!! Pokud řešení existuje ( lze se tedy pohybovat po zelené kružnici na průsečík s červenou kružnicí  $r=1$ ), odpovídají tomu dva možné směry pohybu a dva průsečíky .... dvě alternativní kombinace LC prvků.**

Pozn.:

## Princip řešení spočívá v tomto postupu :

Máme-li zátěž o poměrné impedanci  $z=r+jx$  ( respektive admitanci  $g+jb$ ), chceme připojit takové reaktanční prvky, aby měla výsledná poměrná impedance ( admitance) pouze reálnou a jednotkovou část. Taková výsledná impedance totiž bude odpovídat přizpůsobené zátěži. Toho se dá dosáhnout ve dvou krocích :

### 1.krok

připojením paralelního prvku A o poměrné admitanci  $jb_A$  dostaneme vodivost  $y_1$ , která bude mít složky  $g_1$ ,  $b_1$  :

$$y_1 = 1/z + jb_A = g_1 + j b_1$$

Poměrná vodivost  $y_1$  ( $g_1$  a  $b_1$ ) musí mít tu vlastnost, že jí odpovídá poměrná impedance s jednotkovou reálnou částí :

$$z_1 = 1 / y_1 = 1 / (g_1 + j b_1) = 1 + j x_1$$

Na Smithově diagramu to odpovídá pohybu z bodu zátěže po zelené kružnici až do průsečíku s jednotkovou červenou kružnicí  $r=1$ .

### 2.krok

Nulovou imaginární část poměrné impedance dostaneme v dalším kroku sériovým připojením dalšího prvku B s právě opačnou imaginární částí (reaktancí)  $-jx_B$ , než měla impedance  $z_1$

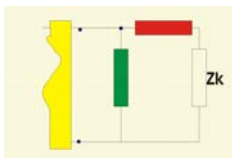
$$Z_2 = 1 + j x_1 + j x_B = 1 + j x_1 - j x_1 = 1$$

$$j x_B = -j x_1$$

Ve Smithově diagramu to odpovídá pohybu po červené kružnici do středu diagramu (odraz  $R=0$ ,  $r=1, x=0$ ).

## Varianta b)

Jeden reaktivní prvek je připojen do série se zátěží a druhý paralelně s touto sériovou kombinací.



Postup je obdobný jako pro variantu a), pouze je zaměněn první a druhý krok. V prvním kroku se pohybujeme po červené kružnici  $r=\text{konst}$  až na průsečík s jednotkovou zelenou kružnicí  $g=1$ . To odpovídá sériově připojenému prvku k zátěži. Ve druhém kroku se po zelené kružnici  $g=1$  posuneme do středu diagramu, což odpovídá paralelně připojené reaktanci. Podle smyslu, ve kterém se pohybujeme po červené a zelené kružnici, je určeno, zda se jedná o připojení kapacity, nebo indukčnosti.

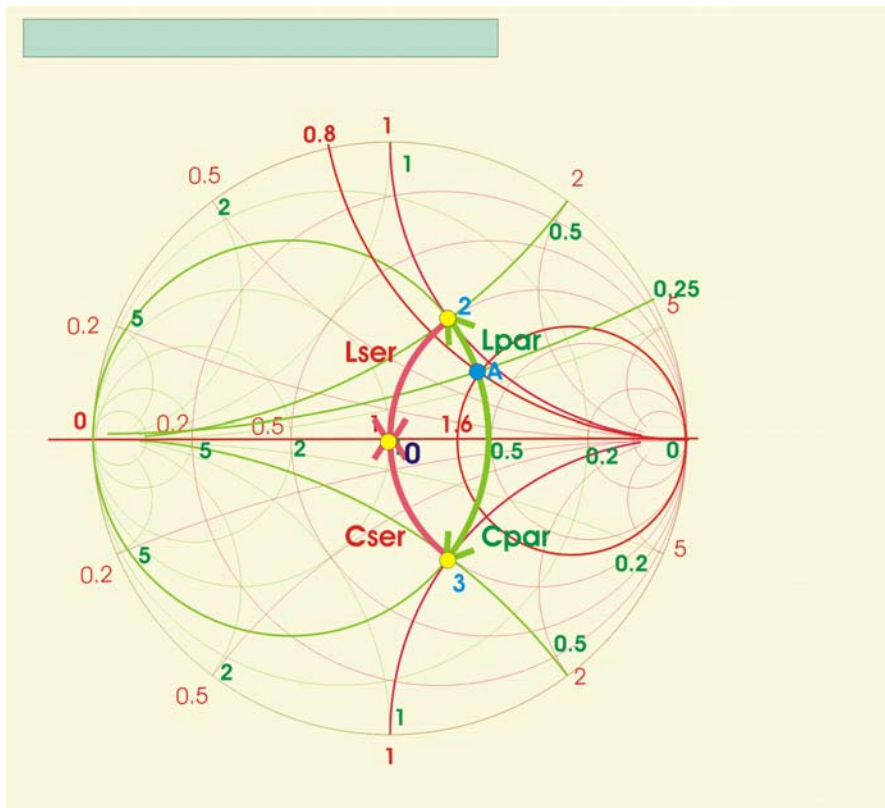
!!!! Řešení podle varianty b) není s ohledem na polohu obrazu zátěže ve Smithově diagramu vždy možné, potom lze řešit podle bodu a)

!!!! Pokud řešení existuje ( lze se pohybovat po červené kružnici na průsečík se zelenou kružnicí  $g=1$ ), odpovídají tomu dva možné směry pohybu a dva průsečíky .... dvě alternativní kombinace LC prvků.

## Příklad 7 :

Pomocí indukčností a kapacit přizpůsobit na kmitočtu 10 MHz impedanci zátěže  $80+j40$  Ohm, charakteristické impedanci vedení  $Z_0=50$  Ohm.

( Hodnoty lze porovnat s vypočtenými ... viz stejný příklad s početním řešením)



Impedance zátěže :

$$Z := 80 + j \cdot 40$$

charakteristická  
impedance

$$Z_0 := 50$$

poměrná impedance  
zátěže je:

$$z = Z/Z_0$$

$$z = 1.6 + 0.8i$$

poměrný činný odpor a  
reaktance zátěže jsou :

$$r = 1.6$$

$$x = 0.8$$

těmto parametrům  
odpovídá bod A na  
obrázku.

Pro řešení padá v úvahu pouze varianta a) jeden prvek paralelně se zátěží a druhý prvek v sérii s touto kombinací. Z bodu A se mohou totiž pohybovat po zelené kružnici  $g=\text{konst}$  na průsečík s červenou kružnicí  $r=1$ . Řešení podle varianty b) s jedním prvkem v sérii se zátěží a druhým prvkem paralelně s touto kombinací neexistuje, protože neexistuje červená kružnice procházející bodem A, po které by bylo možno se dostat na průsečík se zelenou kružnicí  $g=1$ .

### a) Jeden prvek paralelně se zátěží, druhý do série s paralelní kombinací

Jednotlivé kroky řešení :

1. Na obrázku je odpovídající impedance zátěže zobrazena jako bod A
2. Tímto bodem prochází zelená kružnice  $g=0.5$
3. Po této zelené kružnici je možné se pohybovat do bodu 2 nebo do bodu 3, kde je průsečík s červenou kružnicí  $r=1$
4. Při postupu z bodu A do bodu 2 se hodnota poměrné susceptance změnila z hodnoty

$$b_A = -0.25$$

na hodnotu

$$b_2 = -0.5$$

( Pozor !!! v horní části diagramu – nad vodorovnou osou je hodnota  $b$  záporná, pod vodorovnou osou kladná, u parametru  $x$  je to naopak)

Změna poměrné susceptance, která odpovídá paralelně připojenému prvku je  $-0.25$ , což odpovídá paralelně připojené indukčnosti (záporná změna), která má

poměrnou reaktanci

$$1/0.25 = 4$$

skutečnou reaktanci  $4 \cdot Z_0 = 4 \cdot 50 = 200 \text{ Ohm}$

**indukčnost (f=10 MHz)  $200 / (2 \cdot \pi \cdot f) = 3.18 \text{ mH}$**

5. Z bodu 2 lze po červené kružnici  $r=1$  postoupit do bodu 0 ( přizpůsobená zátěž). Poměrná reaktance se změnila z hodnoty

$$x_2 = 1$$

na hodnotu

$$x_0 = 0$$

Změna poměrné reaktance, která odpovídá do série připojenému prvku je  $-1$ , což odpovídá do série připojené kapacitě ( záporná změna), která má

poměrnou reaktanci  $1$

skutečnou reaktanci  $1 \cdot Z_0 = 1 \cdot 50 = 50 \text{ Ohm}$

**kapacitu  $1 / (50 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f) = 318.3 \text{ pF}$**

### Druhé řešení obdržíme analogicky při postupu z bodu A do bodu 3

6. Při postupu z bodu A do bodu 3 se hodnota poměrné susceptance změnila z hodnoty

$$b_A = -0.25$$

na hodnotu

$$b_3 = 0.5$$

Změna poměrné susceptance, která odpovídá paralelně připojenému prvku je  $0.75$ , což odpovídá paralelně připojené kapacitě (kladná změna), která má

poměrnou reaktanci  $1 / 0.75 = 1.33$

skutečnou reaktanci  $1.33 \cdot Z_0 = 1.33 \cdot 50 = 66.67 \text{ Ohm}$

**kapacitu (f=10 MHz)  $1 / (66.67 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f) = 238.7 \text{ pF}$**

7. Z bodu 2 lze po červené kružnici  $r=1$  postoupit do bodu 0 ( přizpůsobená zátěž). Poměrná reaktance se změnila z hodnoty

$$x_2 = -1$$

na hodnotu

$$x_0 = 0$$

Změna poměrné reaktance, která odpovídá do série připojenému prvku je  $1$ , což odpovídá do série připojené indukčnosti ( kladná změna), která má

poměrnou reaktanci  $1$

skutečnou reaktanci  $1 \cdot Z_0 = 1 \cdot 50 = 50 \text{ Ohm}$

**indukčnost  $50 / (2 \cdot \pi \cdot f) = 0.795 \text{ mH}$**



## Příklad 8 :

Pomocí pasivních prvků přizpůsobit na kmitočtu 10 MHz impedanci zátěže  $20+j40$  Ohm, která je připojena na vedení s charakteristickou impedancí 50 Ohm.  
( Hodnoty lze porovnat s vypočtenými ... viz stejný příklad s početním řešením)

$$Z_k = 20 + 40i$$

$$Z_0 := 50$$

poměrná impedance zátěže je :

$$z = Z_k / Z_0$$

$$z = r + j.x$$

$$r := 0.4$$

$$x := 0.8$$

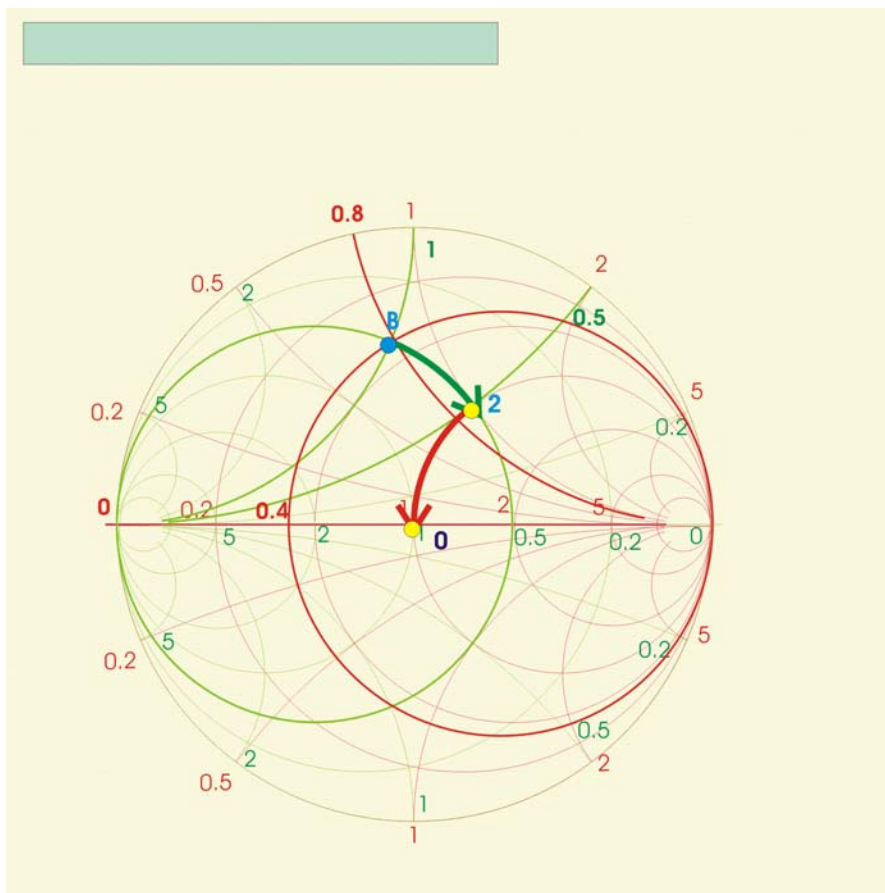
(těmto parametrům odpovídá bod B na obrázku)

V této úloze padá v úvahu řešení podle varianty a) i b), protože bodem B prochází zelená kružnice  $g = \text{konst} = 0.5$ , která protne červenou kružnici  $r = 1$  ve dvou bodech, ale i červená kružnice  $r = \text{konst} = 0.4$ , která protne zelenou kružnici  $g = 1$  ve dvou bodech.

Úlohu lze řešit celkem čtyřmi způsoby :

## Řešení 1)

z koncového bodu zátěže ( bod B) postupuji po zelené kružnici  $g = 0.5$  do bodu 2 ( průsečík s červenou kružnicí  $r = 1$ )



parametr  $b$  se změní z hodnoty

$$b_B = -1$$

na hodnotu

$$b_2 = -0.5$$

což odpovídá změně parametru  $b$  o  $+0.5$  (kladná změna) a paralelně spojené kapacity o poměrné kapacitní reaktanci

$$x_c = 1/0.5 = 2$$

z bodu 2 postupuji po červené kružnici  $r = \text{konst} = 1$  do bodu 0, hodnota parametru  $x$  se změní z

$$x_2 = 1$$

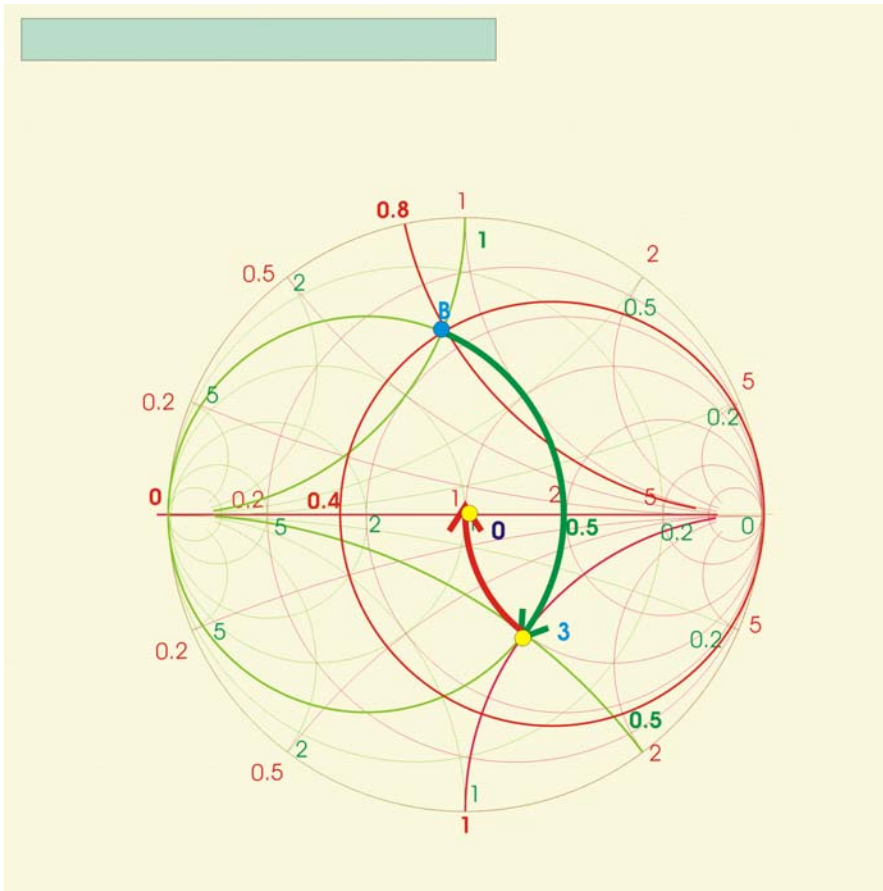
na hodnotu

$$x_0 = 0$$

což odpovídá změně parametru  $x$  o  $-1$  ( záporná změna) a do série spojené kapacity o poměrné kapacitní reaktanci 1

## Řešení 2)

z koncového bodu zátěže ( bod B) postupuji po zelené kružnici  $g=0.5$  do bodu 3 ( průsečík s červenou kružnicí  $r=1$ )



parametr  $b$  se změní z hodnoty

$$b_B = -1$$

$$\text{na hodnotu}$$

$$b_2 = 0.5$$

což odpovídá změně parametru  $b$  o  $+1.5$  (kladná změna) a paralelně spojené kapacitě o poměrné kapacitní reaktanci

$$1/1.5 = 0.67$$

z bodu 2 postupuji po červené kružnici  $r=\text{konst}=1$  do bodu 1, parametr  $x$  se změní z

$$x_2 = -1$$

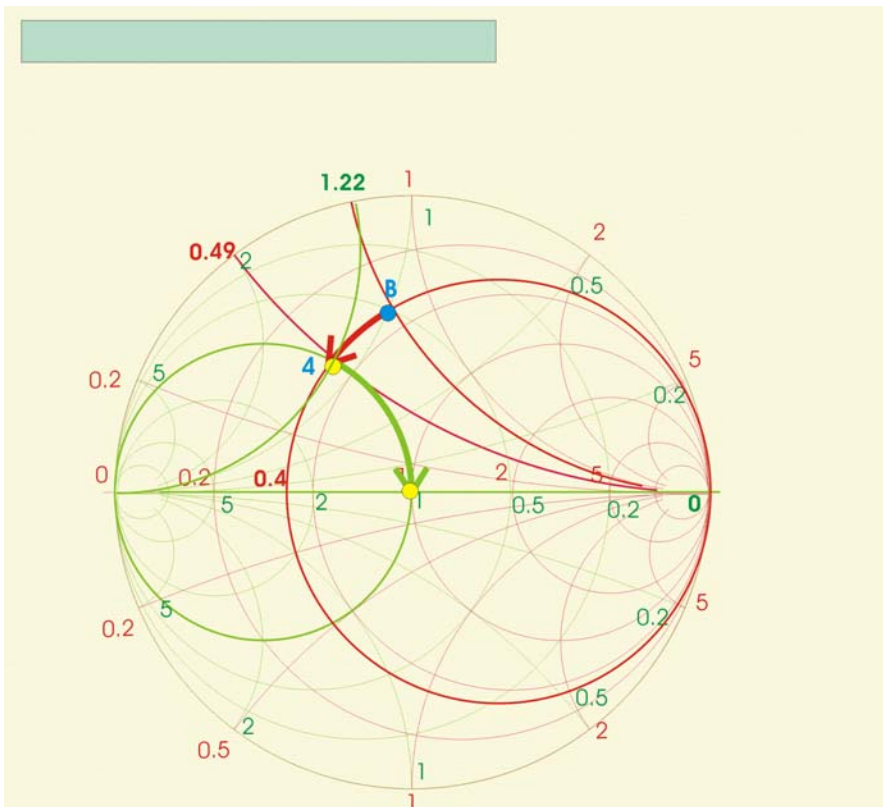
na hodnotu

$$x_1 = 0$$

což odpovídá změně parametru  $x$  o  $1$  (kladná

změna) a do série spojené indukčnosti o poměrné induktivní reaktanci  $1$

## Řešení 3)



z koncového bodu zátěže ( bod B) postupuji po červené kružnici  $r=0.4$  do bodu 4 ( průsečík se zelenou kružnicí  $g=1$ )

parametr  $x$  se změní z hodnoty

$$x_B = 0.8$$

na hodnotu

$$x_4 = 0.49$$

což odpovídá změně parametru  $x$  o  $-0.31$  (záporná změna) a sériově spojené kapacitě o poměrné kapacitní reaktanci

$$x = 0.31$$

z bodu 4 postupuji po zelené kružnici  $g=\text{konst}=1$

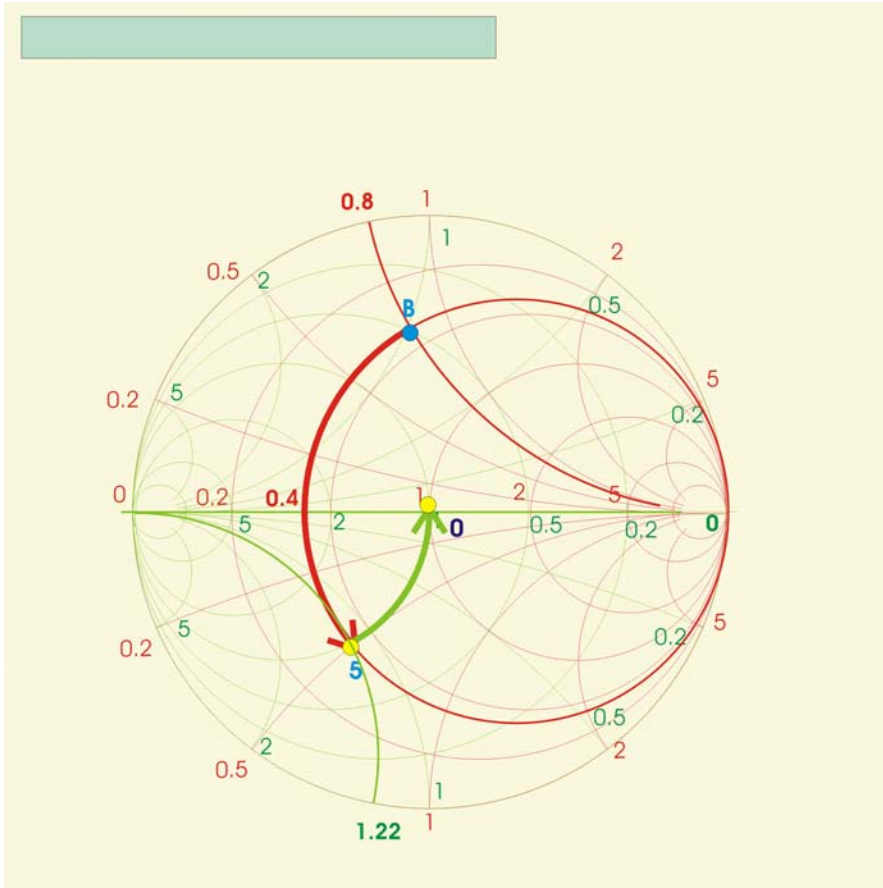
do bodu 1, což odpovídá změně parametru b

$b_4 = -1.22$   
na hodnotu  
 $b_1 = 0$

což odpovídá změně parametru x o  $+1.2$  (kladná změna) a paralelně spojené kapacitě o kapacitní reaktanci  
 $1/1.2 = 0.82$

## Řešení 4)

z koncového bodu zátěže (bod B) postupuji po červené kružnici  $r=0.4$  do bodu 5 (průsečík se zelenou kružnicí  $g=1$ )



parametr x se změní z hodnoty

$x_B = 0.8$

na hodnotu

$x_4 = -0.49$

což odpovídá změně parametru x o  $-1.29$  (záporná změna) a sériově spojené kapacitě o poměrné kapacitní reaktanci

$x = 1.29$

z bodu 5 postupuji po zelené kružnici  $g = \text{konst} = 1$  do bodu 1, parametr b se změní z

$b_4 = 1.22$

na hodnotu

$b_1 = 0$

což odpovídá změně parametru x o  $-1.2$  (záporná změna) a paralelně spojené indukčnosti o indukční reaktanci

$1/1.2 = 0.82$

# Vlastnosti vedení spojeného na konci nakrátko nebo naprázdno

## Příklad 9

### Vlastnosti vedení spojeného na jednom konci nakrátko

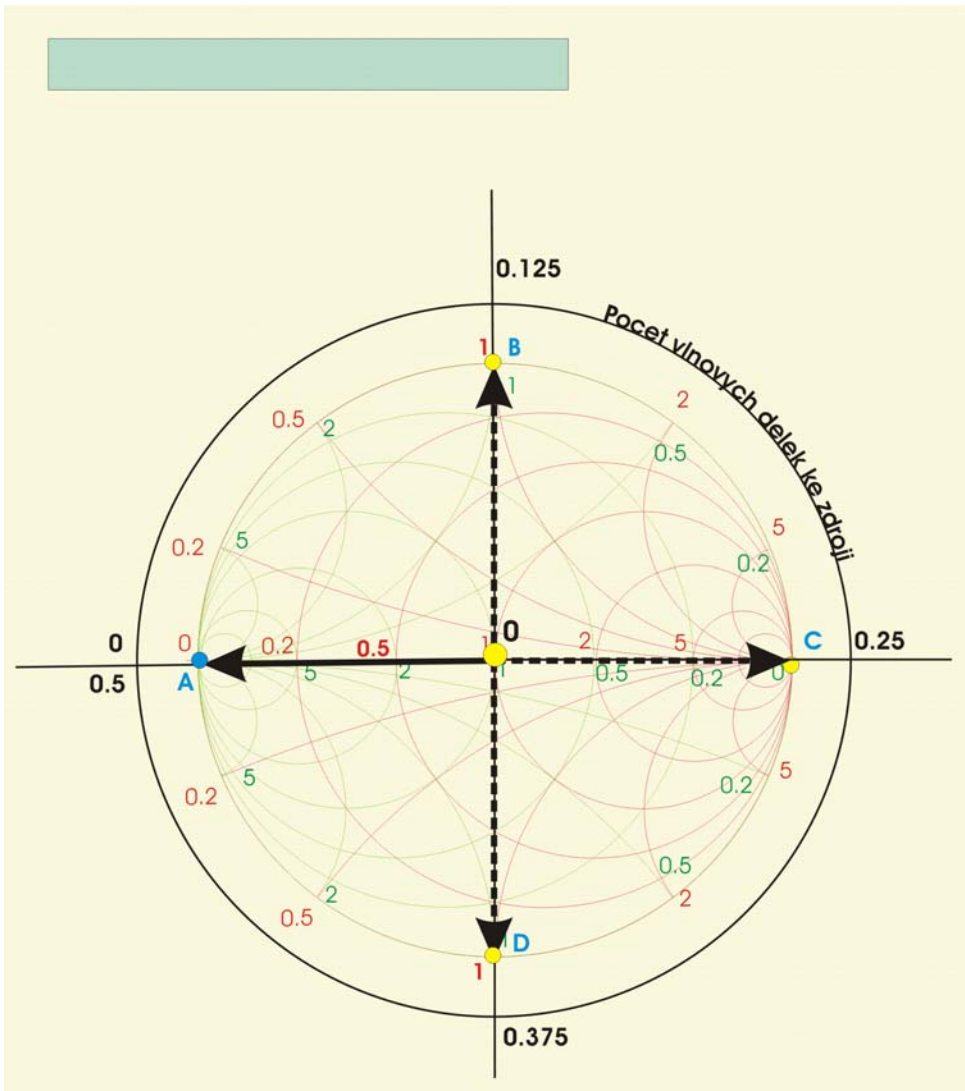
Toto vedení lze chápat tak, jako by bylo na konci zatíženo impedancí

$$Z_k = 0$$

$$z_k = \frac{Z_k}{Z_0} = \frac{0}{Z_0} = 0 = r_k + j \cdot x_k$$

$$r_k = 0$$

$$x_k = 0$$



Ve Smithově diagramu se takováto impedance zátěže zobrazí v levém krajním bodě na vodorovné ose (na obrázku bod A), odpovídá jí činitel odrazu  $|R|=1$ , který má úhel v komplexní rovině  $180^\circ$ . Vlna se odráží se stoprocentní amplitudou a opačnou fází. Na vedení vznikne stojaté vlnění. Činitel odrazu se v obecném případě natáčí v závislosti na délce vedení, tomu odpovídá i různá impedance na vstupu vedení v závislosti na jeho délce.

**Pro vedení dlouhé 1/8 vlnové délky** se vedení ze strany vstupu chová jako impedance, které na obrázku ve Smithově diagramu odpovídá bod B. Činitel odrazu na konci vedení se na stupnici „počet vlnových délek ke zdroji“ natočí z 0 na 0.125. Bodu B

odpovídají poměrné složky impedance na vstupu vedení  $r=0, x=1$ . Poměrná impedance na vstupu je tedy :

$$r_k = 0$$

$$x_k = 1$$

$$z_p = r_p + j \cdot x_p = j \cdot 1$$

$$Z_p = z_p \cdot Z_0 = j \cdot Z_0 = j \cdot \omega \cdot L$$

Vedení nakrátko o délce 1/8 vlnové délky se na vstupu jeví jako indukční reaktance se stejnou absolutní hodnotou, jako je charakteristická impedance vedení.

**Pro vedení dlouhé 1/4 vlnové délky** se vedení ze strany vstupu chová jako impedance, která ve Smithově diagramu zobrazí v bodě C. Činitel odrazu na konci vedení se na stupnici „počet vlnových délek ke zdroji“ natočí z 0 na 0.25. Bod C je obrazem impedance, která roste nade všechny meze.

Pro vedení o délce v intervalu od 0 do 1/4 vlnové délky lze realizovat libovolnou induktivní reaktanci. Její poměrné hodnoty jsou ve Smithově diagramu velikosti parametru  $x$  na kružnici  $r=\text{konst}=0$ .

**Pro vedení dlouhé 3/8 vlnové délky** se na vstupu zkratovaného vedení objeví impedance, která ve Smithově diagramu odpovídá bodu D. Činitel odrazu na konci vedení se na stupnici „počet vlnových délek ke zdroji“ natočil z 0 na 0.375. Bodu D odpovídají poměrné složky impedance na vstupu vedení  $r=0, x=-1$ . Poměrná impedance na vstupu je tedy :

$$r_k = 0$$

$$x_k = -1$$

$$z_p = r_p + j \cdot x_p = -j \cdot 1$$

$$Z_p = z_p \cdot Z_0 = -j \cdot Z_0 = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Vedení nakrátko o délce 3/8 vlnové délky se na vstupu jeví jako kapacitní reaktance se stejnou absolutní velikostí, jako je charakteristická impedance vedení.

**Pro vedení dlouhé 1/2 vlnové délky** se činitel odrazu  $R$  otočí od konce vedení o úhel  $360^\circ$ . Obraz začátku vedení padne do stejného bodu, jako je obraz konce vedení. Vedení se na vstupu jeví jako zkratované.

Pro vedení o délce v intervalu od 1/4 do 1/2 vlnové délky lze realizovat libovolnou kapacitní reaktanci. Její poměrné hodnoty jsou ve Smithově diagramu velikosti parametru  $x$  na kružnici  $r=\text{konst}=0$ . ( ve spodní polovině jsou záporné hodnoty parametru  $x$ )

**Všechny vlastnosti vedení v závislosti na délce se opakují s periodou 1/2 vlnové délky.**

## Příklad 10

**Vlastnosti vedení zatíženého na konci stejnou impedancí  $Z_k$ , jako je charakteristická impedance vedení :**

$$Z_k = Z_0 = 50$$

Poměrná impedance zátěže je v tomto případě

$$z_k = \frac{Z_k}{Z_0} = \frac{Z_0}{Z_0} = 1 = r_k + j \cdot x_k$$

$$r_k = 1$$

$$x_k = 0$$

Ve Smithově diagramu se takováto impedance zátěže zobrazí uprostřed Smithova diagramu, nazývá se přizpůsobená, odpovídá jí činitel odrazu  $R=0$ , na zátěži nevznikne žádná odražená vlna. Činitel odrazu se v obecném případě natáčí v závislosti na délce vedení, tomu odpovídá i různá impedance na vstupu vedení v závislosti na jeho délce. V tomto případě je činitel odrazu na délce vedení nezávislý, neboť je stále nulový a na délce vedení tedy nezávisí ani impedance na vstupu vedení, je stále rovna charakteristické impedanci vedení.

## Příklad 11

### Vlastnosti vedení spojeného na konci naprázdno ( rozpojeného)

Obrazem konce vedení je v obrázku bod C na Smithově diagramu, který odpovídá nekonečně velké impedanci.

Vedení naprázdno o délce  $1/8$  vlnové délky se na vstupu jeví jako kapacitní reaktance se stejnou absolutní hodnotou, jako je charakteristická impedance vedení. ( bod D)

Vedení naprázdno o délce  $1/4$  vlnové délky se na vstupu jeví jako nulová impedance ( bod A).

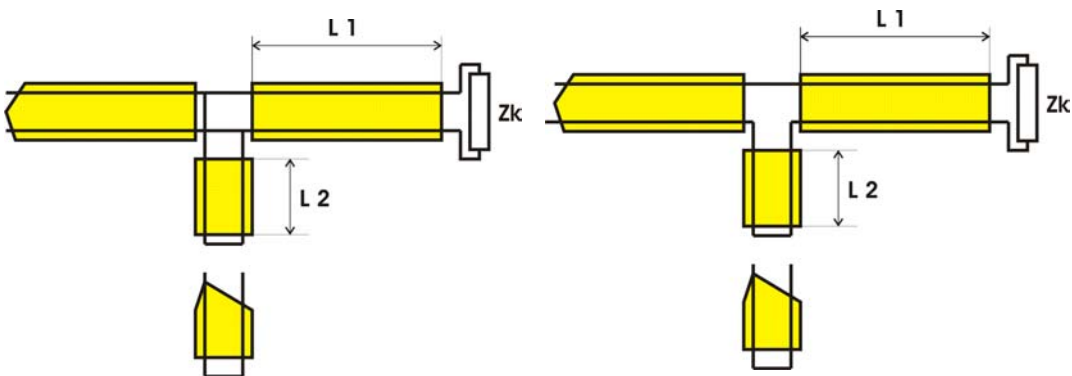
Vedení naprázdno o délce  $3/8$  vlnové délky se na vstupu jeví jako induktivní reaktance se stejnou absolutní hodnotou, jako je charakteristická impedance vedení. ( bod B)

**Vhodnou délkou vedení naprázdno lze realizovat libovolnou kapacitní i induktivní reaktanci.**



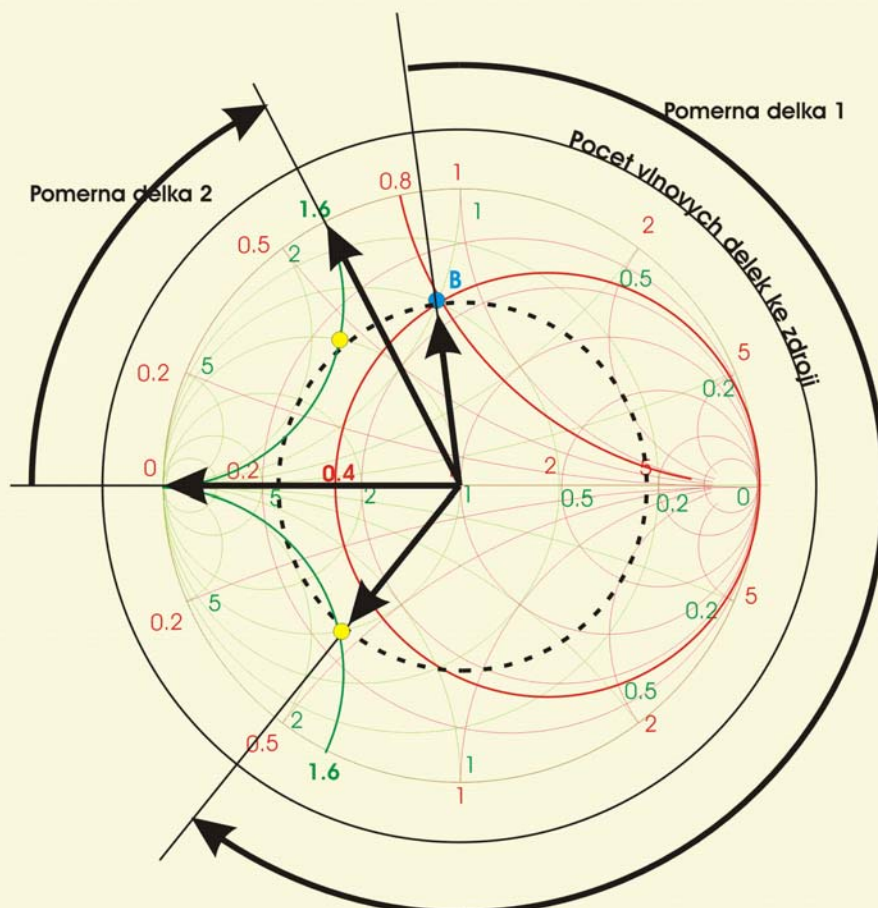
## Přizpůsobení pomocí částí vedení

Impedanci zátěže je možno přizpůsobit i pomocí dvou částí vedení. Jedna část o délce  $L_1$  je připojena přímo před zátěž, za ní následuje druhá část vedení (tzv. pahýl). Tato část je tvořena částí vedení o délce  $L_2$ , která je na konci spojeny naprázdno nebo nakrátko a je připojena paralelně nebo do série.



### Příklad 12

Pomocí paralelně připojeného pahýlového vedení, spojeného a) nakrátko a b) naprázdno, přizpůsobit impedanci zátěže  $Z_k = 20 + j40$  Ohm, je-li charakteristická impedance vedení  $Z_0 = 50$  Ohm.



charakteristická  
impedance vedení :

$$Z_0 := 50$$

impedance zátěže

$$Z_k := 20 + j40$$

poměrná impedance  
zátěže

$$z_k := \frac{Z_k}{Z_0}$$

$$z_k = 0.4 + 0.8i$$

Obrazem impedance zátěže je bod B na obrázku ve Smithově diagramu, pro který platí parametry červených kružnic  $r=0.4$ ,  $x=0.8$

## 1.krok

Před zátěží je třeba nejprve připojit vedení o takové délce L1, abychom obdrželi poměrnou impedanci o hodnotě, jejíž převrácená hodnota (admitance) bude mít jednotkovou reálnou část.

## 2.krok

Imaginární část takto vzniklé admitance eliminujeme paralelním připojením (přičtením) admitance dalšího kousku vedení (pahýlu o délce L2), čímž obdržíme poměrnou admitanci pouze s reálnou složkou, která bude rovna jedné ... to odpovídá přizpůsobené zátěži.

### 1. krok na Smithově diagramu

Pohybují se po kružnici konstantního činitele odrazu, který odpovídá zátěži Zk, to je po kružnici se středem v bodě 1, vedené bodem B. Tato kružnice je obrazem všech bodů na vedení L1. Zátěži odpovídá na stupnici – počet vlnových délek ke zdroji hodnota 0.116 (viz obrázek). Poměrnou délku vedení L2 musím zvolit tak, abych se právě dostal na hodnotu admitance s jednotkovou reálnou částí .... to je na průsečík se zelenou kružnicí g=1. Celkem jsou dvě možná řešení (dva průsečíky), jedno řešení, které odpovídá kratšímu vedení L1 je označen jako bod 6. Bodu 6 odpovídá hodnota na stupnici „počet vlnových délek ke zdroji“ ... 0.429 (viz obrázek)

postoupil jsem tedy z hodnoty 0.116 (zátěž) na hodnotu 0.429 (začátek úseku vedení o délce L1)

poměrná délka vedení L1 je tedy  $0.429 - 0.116 = 0.313$  vlnových délek

pro skutečnou délku prvního úseku vedení L1 je třeba znát vlnovou délku vlnění na vedení, vlnová délka je dána pro bezeztrátové vedení vztahem (podobně jako u rovinné vlny):

$$\lambda = \frac{c}{f \sqrt{\epsilon_r}}$$

například pro vzduchové vedení a kmitočet  $f = 100$  MHz je vlnová délka 3 m

### 2. krok na Smithově diagramu

Bodu 6 – průsečíku na zelené kružnici  $g = \text{konst} = 1$ , odpovídají poměrné hodnoty admitance

$$y_6 = 1 + j \cdot 1.6$$

(hodnota parametru  $g = 1$ , hodnota parametru  $b = 1.6$  .... zelená čísla v diagramu)

k této poměrné admitanci musím přičíst hodnotu o velikosti  $-j1.6$ , abych dostal výslednou poměrnou admitanci (reakanci) o jednotkové hodnotě, která bude odpovídat přizpůsobené zátěži.

Když realizuji tuto admitanci například paralelně připojeným kouskem vedení (pahýlem), spojeným nakrátko, postupují tímto způsobem.

Začnu ze zkratovaného konce vedení ... to je bod označený na obrázku jako 0, tomuto bodu odpovídá na stupnici „počet vlnových délek ke zdroji“ hodnota 0. Koncový bod zkratovaného vedení natočím podél vedení o vhodný kousek, právě takový, abych dostal poměrnou admitanci  $-j1.6$ . (hodnota parametru  $b$  .... zelené číslo na obvodě diagramu, označené jako bod 7). Poloze bodu 7 odpovídá hodnota 0.09 na stupnici počet vlnových délek ke zdroji.

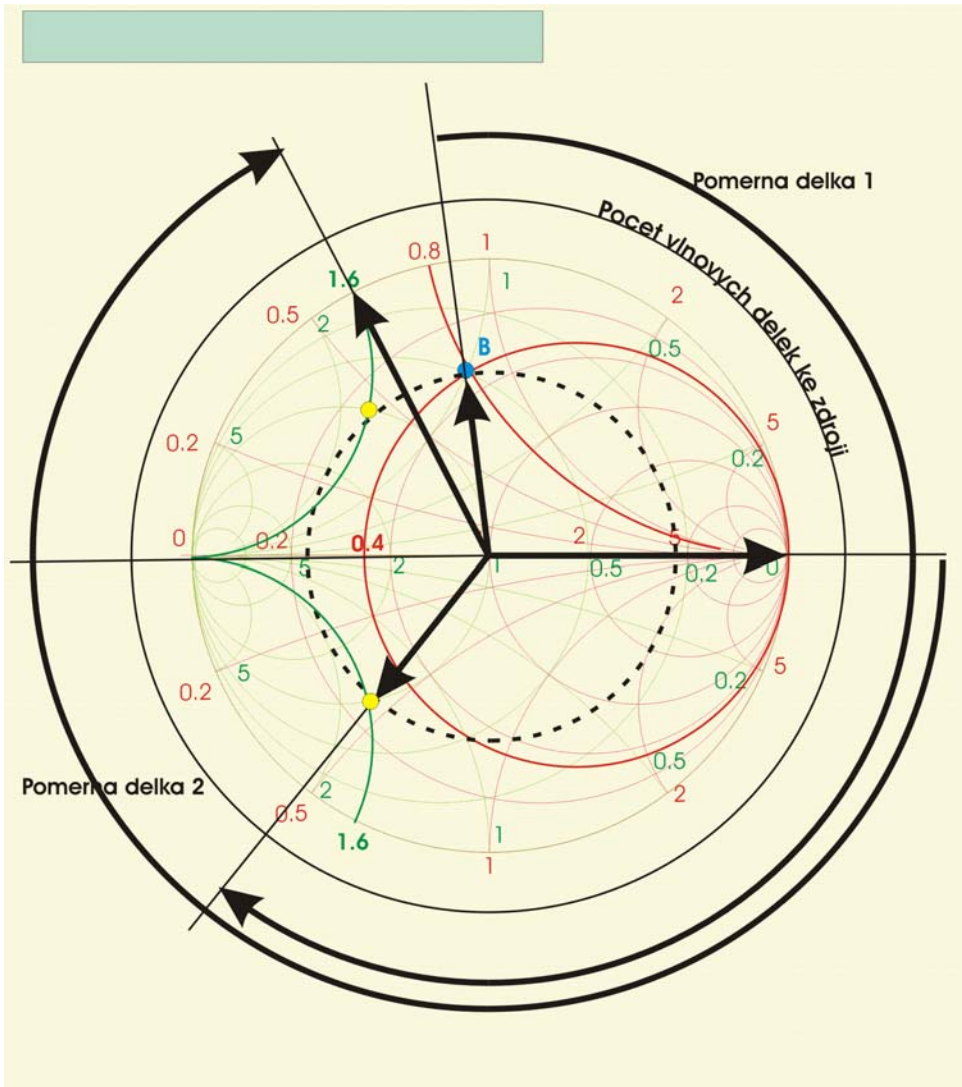
(pozor !!!!! nad vodorovnou osou v diagramu jsou záporné hodnoty  $b$ , pod osou kladné hodnoty  $b$  ... u reaktance  $x$  to je právě opačně)

Paralelně tedy připojím zkratované vedení o poměrné délce

$$L2 = 0.09 - 0 = 0.09 \text{ vlnové délky}$$

Když realizuji tuto admitanci například paralelně připojeným kouskem vedení ( pahýlem) , spojeným naprázdno, postupují tímto způsobem.

Začnu z rozpojeného konce vedení ... to je protilehlý bod k bodu 0 na obrázku , tomuto bodu odpovídá na stupnici „ počet vlnových délek ke zdroji“ hodnota 0,25. Koncový bod rozpojeného vedení natočím podél vedení o vhodný kousek, opět právě takový, abych dostal poměrnou admitanci -j 1.6. ( hodnota parametru b .... zelené číslo na obvodě diagramu, označené jako bod 7). Poloze bodu 7 odpovídá hodnota 0.09 na stupnici počet vlnových délek ke zdroji.



Paralelně tedy připojím zkratované vedení o poměrné délce

$$L2=0.25+0.09=0.34 \text{ vlnové délky}$$

Kontrola výpočtem :

Poměrná impedance na začátku vedení o délce L1, je-li na jeho konci impedance zk je dána vztahem :

$$z_p := \frac{z_k + j \cdot \tan\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot L1\right)}{1 + z_k \cdot j \cdot \tan\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot L1\right)}$$

kde zk je poměrná impedance zátěže  
 $z_k = 0.4 + 0.8i$

a  $L1/\lambda$  je poměrná délka prvního

kusu vedení  $L1/\lambda = 0,313$

obdržíme hodnotu poměrné impedance :

$$z_p = 0.286 - 0.453i$$

čemuž odpovídá hodnota poměrné admittance

$$y_p := \frac{1}{z_p}$$

$$y_p = 0.997 + 1.579i$$

Je vidět, že poměrná admittance yp má jednotkovou reálnou část ( v našem případě téměř jednotkovou, s ohledem na přesnost odečítání v diagramu). Na Smithově diagramu tato hodnota admittance odpovídá průsečíku se zelenou kružnicí g=1.

Vedení o délce L2, spojené na konci nakrátko má výslednou poměrnou impedanci danou vztahem :  
 ( viz vzorec pro impedanci na začátku vedení se zadanou hodnotou zk jdoucí k nule)

$$z_v := j \cdot \tan\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot L2\right)$$

$L2/\lambda$  je poměrná délka vedení  $L2/\lambda=0.09$

hodnota poměrné impedance je tedy

$$z_v = 0.635i$$

a tomu odpovídá poměrná admitance

$$y_v := \frac{1}{z_v}$$

$$y_v = -1.576i$$

(to je téměř opačná hodnota, než má imaginární složka admitance  $y_p$ )

Výsledná poměrná admitance po připojení kousků vedení  $L1$  a  $L2$  tedy bude

$$y := y_p + y_v$$

$$y = 0.997 + 3.344 \cdot 10^{-3} i$$

tomu odpovídá poměrná výsledná impedance

$$z := \frac{1}{y}$$

$$z = 1.003 - 3.362 \cdot 10^{-3} i$$

a skutečná hodnota impedance

$$Z := z \cdot Z_0$$

$$Z = 50.129 - 0.168i$$

Obdrželi jsme skutečně hodnotu, která se blíží charakteristické impedanci vedení  $Z_0=50$  Ohm. Odchyšky jsou dané nepřesností v odečítání ve Smithově diagramu.

Kdyby bylo vedení o délce  $L2$  spojené naprázdno, platilo by obdobně :

Vedení o délce  $L2$ , spojené na konci naprázdno má výslednou poměrnou impedanci danou vztahem :  
(viz vzorec pro impedanci na začátku vedení se zadanou hodnotou  $z_k$  jdoucí k nekonečnu)

$$z_v := -\frac{j}{\tan\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot L2\right)}$$

$L2/\lambda$  je poměrná délka vedení  $L2/\lambda=0.34$

hodnota poměrné impedance je tedy

$$z_v = 0.635i$$

a tomu odpovídá poměrná admitance

$$y_v := \frac{1}{z_v}$$

$$y_v = -1.576i$$

(to je téměř opačná hodnota, než má imaginární složka admitance  $y_p$ )

Výsledná poměrná admitance po připojení kousků vedení  $L1$  a  $L2$  tedy bude

$$y := y_p + y_v$$

$$y = 0.997 + 3.344 \cdot 10^{-3} i$$

tomu odpovídá poměrná výsledná impedance

$$z := \frac{1}{y}$$

$$z = 1.003 - 3.362 \cdot 10^{-3} i$$

a skutečná hodnota impedance

$$Z := z \cdot Z_0$$

$$Z = 50.129 - 0.168i$$

Obdrželi jsme skutečně hodnotu, která se blíží charakteristické impedanci vedení  $Z_0=50$  Ohm. Odchytky jsou dané nepřesností v odečítání ve Smithově diagramu.

**Kdyby bylo pahýlové vedení připojeno do série, postupuje se analogicky, jenom se hledají průsečíky s červenou kružnicí  $r=1$ .**